

Les trous noirs et l'espace-temps relativiste

Éricourgoulhon

Laboratoire Univers et Théories (LUTH)
CNRS / Observatoire de Paris / Université Paris Diderot
92190 Meudon, France

<http://luth.obspm.fr/~luthier/gourgoulhon/>

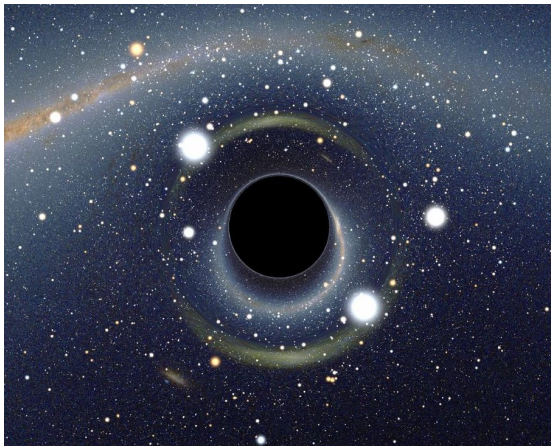
Science en fête
par le Lycée François 1er
Fontainebleau
11 avril 2016

- 1 Qu'est-ce qu'un trou noir ?
- 2 L'espace-temps
- 3 Les trous noirs en relativité générale
- 4 Simulations d'images de trous noirs
- 5 Observer les trous noirs
- 6 "Voir" les trous noirs par les ondes gravitationnelles

Outline

- 1 Qu'est-ce qu'un trou noir ?
- 2 L'espace-temps
- 3 Les trous noirs en relativité générale
- 4 Simulations d'images de trous noirs
- 5 Observer les trous noirs
- 6 "Voir" les trous noirs par les ondes gravitationnelles

Qu'est-ce qu'un trou noir ?



[Alain Riazuelo, 2007]

Une définition en quelques mots :

Un **trou noir** est une région de l'espace-temps d'où rien, pas même la lumière, ne peut s'échapper.

La frontière (immatérielle) entre l'intérieur du trou noir et le reste de l'Univers est appelée **horizon des événements**.

Pourquoi la lumière ne peut s'échapper ?

Réponse pour la mécanique newtonienne (J. Michell 1783, Laplace 1796) :

C'est en raison de la **gravitation** :

la **vitesse de libération** dépasse la vitesse de la lumière

Pourquoi la lumière ne peut s'échapper ?

Réponse pour la mécanique newtonienne (J. Michell 1783, Laplace 1796) :

C'est en raison de la **gravitation** :

la **vitesse de libération** dépasse la vitesse de la lumière

Théorie de Newton de la gravitation :

la **vitesse de libération** d'un corps de masse M et de

rayon R est

$$V_{\text{lib}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

avec $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ (constante de Newton)

- Terre : $V_{\text{lib}} = 11 \text{ km/s}$
- Soleil : $V_{\text{lib}} = 617 \text{ km/s}$

La lumière ne s'échappe pas si

$$V_{\text{lib}} > c \simeq 300\,000 \text{ km/s}$$



Calcul de la vitesse de libération

La **vitesse de libération** est la vitesse verticale qu'il faut donner à un objet depuis la surface d'un corps gravitant (masse M , rayon R) pour qu'il atteigne l'infini avec une vitesse nulle.

Calcul de la vitesse de libération

La **vitesse de libération** est la vitesse verticale qu'il faut donner à un objet depuis la surface d'un corps gravitant (masse M , rayon R) pour qu'il atteigne l'infini avec une vitesse nulle.

Conservation de l'énergie mécanique

$$E = \underbrace{\frac{1}{2}mV^2}_{\text{énergie cinétique}} - \underbrace{\frac{GMm}{r}}_{\text{énergie potentielle}}$$

Calcul de la vitesse de libération

La **vitesse de libération** est la vitesse verticale qu'il faut donner à un objet depuis la surface d'un corps gravitant (masse M , rayon R) pour qu'il atteigne l'infini avec une vitesse nulle.

Conservation de l'énergie mécanique

$$E = \underbrace{\frac{1}{2}mV^2}_{\text{énergie cinétique}} - \underbrace{\frac{GMm}{r}}_{\text{énergie potentielle}}$$

- À la surface du corps gravitant : $r = R$ et $V = V_{\text{lib}}$

$$\implies E_{\text{surf}} = \frac{1}{2}mV_{\text{lib}}^2 - \frac{GMm}{R}$$

Calcul de la vitesse de libération

La **vitesse de libération** est la vitesse verticale qu'il faut donner à un objet depuis la surface d'un corps gravitant (masse M , rayon R) pour qu'il atteigne l'infini avec une vitesse nulle.

Conservation de l'énergie mécanique

$$E = \underbrace{\frac{1}{2}mV^2}_{\text{énergie cinétique}} - \underbrace{\frac{GMm}{r}}_{\text{énergie potentielle}}$$

- À la surface du corps gravitant : $r = R$ et $V = V_{\text{lib}}$
 $\implies E_{\text{surf}} = \frac{1}{2}mV_{\text{lib}}^2 - \frac{GMm}{R}$
- À l'infini : $r \rightarrow +\infty$ et $V \rightarrow 0$
 $\implies E_{\infty} = 0$

Calcul de la vitesse de libération

La **vitesse de libération** est la vitesse verticale qu'il faut donner à un objet depuis la surface d'un corps gravitant (masse M , rayon R) pour qu'il atteigne l'infini avec une vitesse nulle.

Conservation de l'énergie mécanique

$$E = \underbrace{\frac{1}{2}mV^2}_{\text{énergie cinétique}} - \underbrace{\frac{GMm}{r}}_{\text{énergie potentielle}}$$

- À la surface du corps gravitant : $r = R$ et $V = V_{\text{lib}}$

$$\implies E_{\text{surf}} = \frac{1}{2}mV_{\text{lib}}^2 - \frac{GMm}{R}$$

- À l'infini : $r \rightarrow +\infty$ et $V \rightarrow 0$

$$\implies E_{\infty} = 0$$

$$E \text{ se conserve} \implies E_{\text{surf}} = E_{\infty} \implies \frac{1}{2}mV_{\text{lib}}^2 - \frac{GMm}{R} = 0 \implies V_{\text{lib}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

La préhistoire des trous noirs...

$$\boxed{V_{\text{lib}} > c} \iff \underbrace{\frac{GM}{c^2 R}}_C > \frac{1}{2} \iff \frac{G}{c^2 R} \times \underbrace{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho}_M > \frac{1}{2} \iff \boxed{R > \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G \rho}}}$$

John Michell (1783)

Un corps de même densité que le Soleil, mais de rayon 500 fois plus grand ne laisserait pas s'échapper la lumière

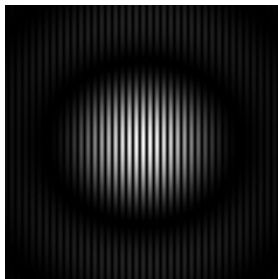
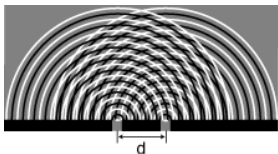
Pierre Simon de Laplace (1796)

“Un astre lumineux, de la même densité que la Terre, et dont le diamètre serait 250 fois plus grand que le Soleil, ne permettrait, en vertu de son attraction, à aucun de ses rayons de parvenir jusqu'à nous. Il est dès lors possible que les plus grands corps lumineux de l'univers puissent, par cette cause, être invisibles.”



Les “corps invisibles” tombent dans l'oubli...

- Mention des “corps invisibles” par Laplace dans les deux premières éditions de son *Exposition du système du Monde* (1796 et 1799)
- Suppression dans la troisième édition (1808) et les suivantes : prédominance de la **théorie ondulatoire de la lumière** sur la théorie corpusculaire après les expériences de Thomas Young (1801)



[R. Taillet]

Limites du concept newtonien de trou noir

- Pas de rôle privilégié de la vitesse de la lumière en théorie newtonienne : rien n'interdit $V > c$
- $V_{\text{lib}} \sim c \implies$ énergie du champ gravitationnel \sim énergie de masse Mc^2
 \implies théorie *relativiste* de la gravitation nécessaire !

\implies le traitement correct des trous noirs ne peut se faire qu'en **relativité générale** (ou dans l'une de ses généralisations)

Limites du concept newtonien de trou noir

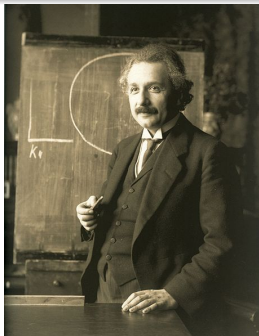
- Pas de rôle privilégié de la vitesse de la lumière en théorie newtonienne : rien n'interdit $V > c$
- $V_{\text{lib}} \sim c \implies$ énergie du champ gravitationnel \sim énergie de masse Mc^2
 \implies théorie *relativiste* de la gravitation nécessaire !

\implies le traitement correct des trous noirs ne peut se faire qu'en **relativité générale** (ou dans l'une de ses généralisations)

$$R - \frac{1}{2}Rg = \frac{8\pi G}{c^4} T$$

(A. Einstein, **novembre** 1915)

La relativité générale décrit la gravitation comme la **courbure de l'espace-temps**



Outline

- 1 Qu'est-ce qu'un trou noir ?
- 2 L'espace-temps**
- 3 Les trous noirs en relativité générale
- 4 Simulations d'images de trous noirs
- 5 Observer les trous noirs
- 6 "Voir" les trous noirs par les ondes gravitationnelles

Qu'est-ce que *l'espace-temps* ?

Nous vivons dans un espace à *trois dimensions* :

- devant / derrière,
- gauche / droite,
- haut / bas

⇒ 3 nombres (x, y, z) (*coordonnées*) pour décrire la position d'un point dans l'espace.

Qu'est-ce que *l'espace-temps* ?

Nous vivons dans un espace à *trois dimensions* :

- devant / derrière,
- gauche / droite,
- haut / bas

⇒ 3 nombres (x, y, z) (*coordonnées*) pour décrire la position d'un point dans l'espace.

Le temps ne possède qu'*une seule dimension* : passé / futur

⇒ 1 seul nombre t (*date*) pour localiser un événement dans le temps.

Qu'est-ce que *l'espace-temps* ?

Nous vivons dans un espace à *trois dimensions* :

- devant / derrière,
- gauche / droite,
- haut / bas

⇒ 3 nombres (x, y, z) (*coordonnées*) pour décrire la position d'un point dans l'espace.

Le temps ne possède qu'*une seule dimension* : passé / futur

⇒ 1 seul nombre t (*date*) pour localiser un événement dans le temps.

Pourquoi unifier l'espace et le temps ?

Bien avant Einstein...

d'Alembert (1754) : article *dimension* de l'*Encyclopédie* :



“J’ai dit plus haut qu’il n’étoit pas possible de concevoir plus de trois dimensions. Un homme d’esprit de ma connaissance croit qu’on pourroit cependant regarder la durée comme une quatrième dimension, et que le produit du tems par la solidité, seroit en quelque maniere un produit de quatre dimensions.”

Bien avant Einstein...

d'Alembert (1754) : article *dimension* de l'*Encyclopédie* :



"J'ai dit plus haut qu'il n'étoit pas possible de concevoir plus de trois dimensions. Un homme d'esprit de ma connaissance croit qu'on pourroit cependant regarder la durée comme une quatrième dimension, et que le produit du tems par la solidité, serait en quelque maniere un produit de quatre dimensions."

Lagrange (1797) : *Traité des fonctions analytiques* :



"Ainsi on peut regarder la mécanique comme une géométrie à quatre dimensions, et l'analyse mécanique comme une extension de l'analyse géométrique."

Union mathématique de l'espace et du temps

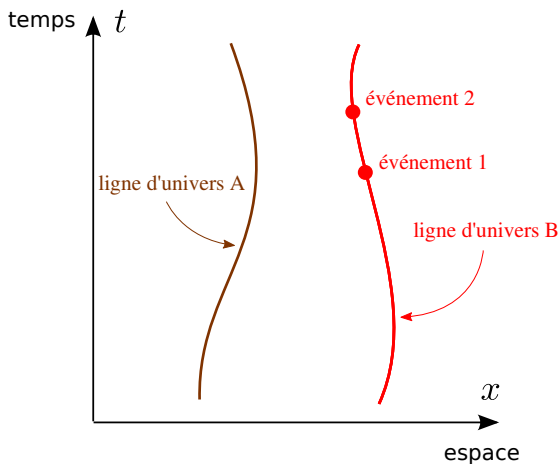
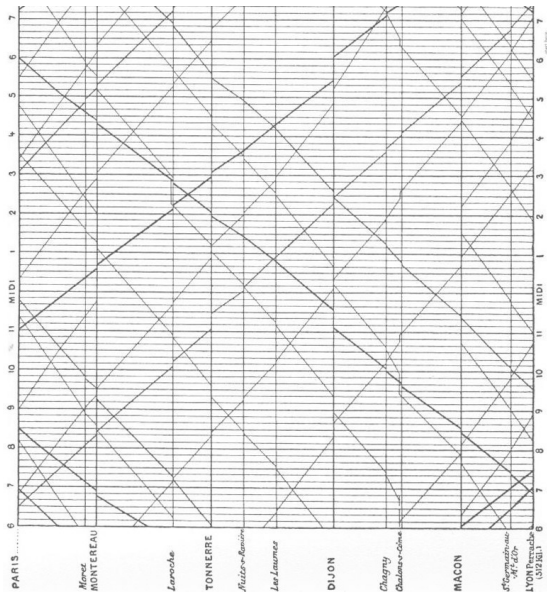


Diagramme d'espace-temps

- Dans l'espace :
→ une particule est représentée par un **point**
- Dans l'espace-temps :
→ une particule est représentée par une **ligne continue**, appelée **ligne d'univers**
→ un **événement** correspond à un **point**

Un diagramme d'espace-temps de 1878 !

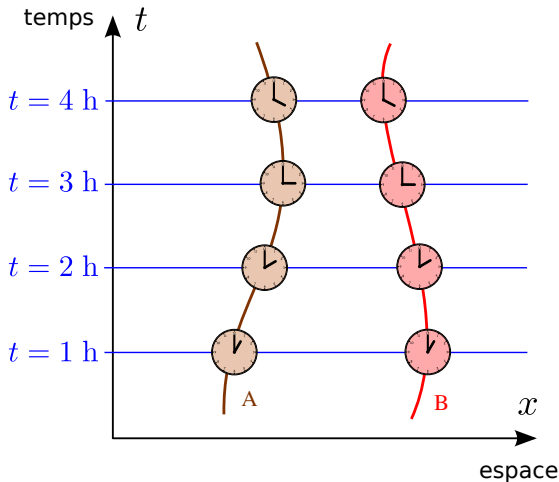


Lignes d'univers des trains Paris-Lyon

Étienne Jules Marey
(1830-1904) : *La Méthode
graphique dans les sciences
expérimentales* (1878)
“d’après la méthode de M. Ibry”

La **pen**te est proportionnelle à
l’inverse de la **vit**esse

L'espace-temps newtonien



L'espace-temps newtonien est doté d'une structure universelle :

temps absolu t

"Le temps absolu, vrai et mathématique, sans relation à rien d'extérieur, coule uniformément, et s'appelle durée."



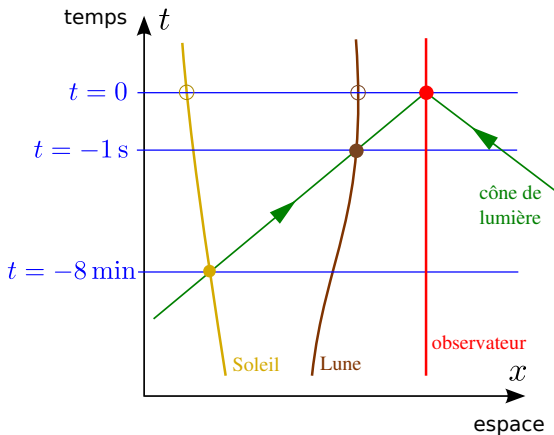
Isaac Newton,
Principia Mathematica
(1687)

Tous les observateurs mesurent le même temps

Description mathématique :

$$\mathcal{E} = \mathbb{R}^4 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$$

Mélanger le temps et l'espace a-t-il un sens physique ?



Percevons-nous l'espace absolu au temps $t = 0$?

Non : nous ne voyons que le **cône de lumière passé**

Ainsi, même dans le cadre newtonien, en admettant une vitesse finie de propagation de la lumière, **nous ne percevons pas l'espace indépendamment du temps.**

L'espace-temps relativiste

- 1898 : Henri Poincaré fait remarquer la notion de **simultanéité** de deux événements n'est pas donnée a priori

L'espace-temps relativiste

- 1898 : Henri Poincaré fait remarquer la notion de **simultanéité** de deux événements n'est pas donnée a priori
- 1905 : Albert Einstein élabore la **relativité restreinte** pour décrire "*l'électrodynamique des corps en mouvements*"

L'espace-temps relativiste

- 1898 : Henri Poincaré fait remarquer la notion de **simultanéité** de deux événements n'est pas donnée a priori
- 1905 : Albert Einstein élabore la **relativité restreinte** pour décrire "*l'électrodynamique des corps en mouvements*"
- 1905 : Henri Poincaré introduit des concepts **quadridimensionnels** pour la cinématique relativiste

L'espace-temps relativiste

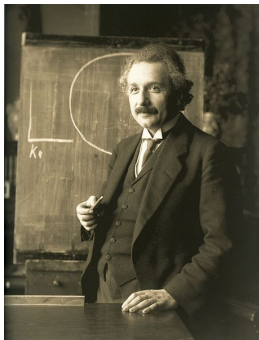
- 1898 : Henri Poincaré fait remarquer la notion de **simultanéité** de deux événements n'est pas donnée a priori
- 1905 : Albert Einstein élabore la **relativité restreinte** pour décrire *"l'électrodynamique des corps en mouvements"*
- 1905 : Henri Poincaré introduit des concepts **quadridimensionnels** pour la cinématique relativiste
- 1908 : Hermann Minkowski développe le concept d'**espace-temps** : *"L'espace indépendant du temps, le temps indépendant de l'espace ne sont plus que des ombres vaines ; une sorte d'union des deux doit seule subsister encore."*

L'espace-temps relativiste

- 1915 : Albert Einstein incorpore la gravitation dans la relativité, en construisant la **relativité générale** sur le concept d'espace-temps courbe.

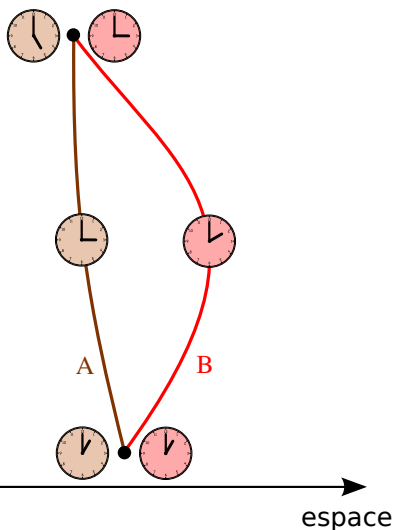
$$R - \frac{1}{2}Rg = \frac{8\pi G}{c^4} T$$

La relativité générale décrit la gravitation comme la **courbure de l'espace-temps**



L'espace-temps relativiste

temps



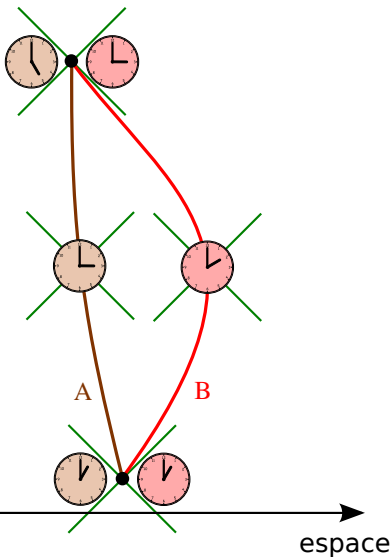
Il n'y a plus de temps absolu :
chaque observateur mesure son
temps propre

relativité du temps

⇒ paradoxe des jumeaux
(voyageur de Langevin)

L'espace-temps relativiste

temps



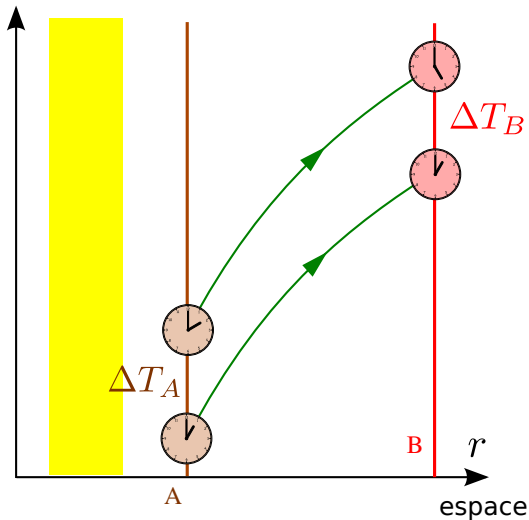
Il reste une structure absolue :
les **cônes de lumière**

Description mathématique :

- relativité restreinte :
 $\mathcal{E} = \mathbb{R}^4$ (espace affine)
- relativité générale :
 \mathcal{E} : variété de dimension 4

Dilatation des temps gravitationnelle

temps



Dilatation apparente des temps
au voisinage d'un corps massif

Si B est loin :

$$\frac{\Delta T_A}{\Delta T_B} = \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r_A}}$$

pour des corps peu relativistes
(Terre, Soleil) :

$$\frac{\Delta T_A}{\Delta T_B} \simeq 1 - \frac{GM}{c^2 r_A}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

Le paramètre de relativité : la compacité

Compacité d'un corps de masse M et de rayon R :

$$c = \frac{GM}{c^2 R} = \frac{1}{2} \left(\frac{V_{\text{lib}}}{c} \right)^2$$

V_{lib} : vitesse de libération à la surface de l'objet

Le paramètre de relativité : la compacité

Compacité d'un corps de masse M et de rayon R :

$$c = \frac{GM}{c^2 R} = \frac{1}{2} \left(\frac{V_{\text{lib}}}{c} \right)^2$$

V_{lib} : vitesse de libération à la surface de l'objet

NB : compacité \neq densité $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

Le paramètre de relativité : la compacité

Compacité d'un corps de masse M et de rayon R :

$$c = \frac{GM}{c^2 R} = \frac{1}{2} \left(\frac{V_{\text{lib}}}{c} \right)^2$$

V_{lib} : vitesse de libération à la surface de l'objet

NB : compacité \neq densité $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

	proton	Terre	Soleil	naine blanche	ét. à neutrons	trou noir
ρ [kg m ⁻³]	$2 \cdot 10^{17}$	$5 \cdot 10^3$	10^3	10^{10}	10^{17}	0
c	10^{-39}	10^{-10}	10^{-6}	10^{-3}	0.2	0.5

Le paramètre de relativité : la compacité

Compacité d'un corps de masse M et de rayon R :

$$c = \frac{GM}{c^2 R} = \frac{1}{2} \left(\frac{V_{\text{lib}}}{c} \right)^2$$

V_{lib} : vitesse de libération à la surface de l'objet

NB : compacité \neq densité $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

	proton	Terre	Soleil	naine blanche	ét. à neutrons	trou noir
ρ [kg m ⁻³]	$2 \cdot 10^{17}$	$5 \cdot 10^3$	10^3	10^{10}	10^{17}	0
c	10^{-39}	10^{-10}	10^{-6}	10^{-3}	0.2	0.5

Critère d' "emprisonnement" de la lumière : $\frac{V_{\text{lib}}}{c} > 1 \iff c > \frac{1}{2}$

Ce n'est pas parce qu'il est dense qu'un objet est relativiste, mais parce qu'il est **compact**.

La gravitation a une influence sur le temps ?

La théorie newtonienne dit *non*, la relativité générale dit *oui*...

La gravitation a une influence sur le temps ?

La théorie newtonienne dit *non*, la relativité générale dit *oui*...



Expérience de Hafele et Keating (1971)

Dans le champ gravitationnel de la Terre :

Une horloge atomique à 9 km d'altitude (avion) pendant 48 h a vieilli de 0,15 microseconde de plus qu'une horloge atomique identique restée au sol.

La gravitation a une influence sur le temps ?

La théorie newtonienne dit *non*, la relativité générale dit *oui*...



Expérience de Hafele et Keating (1971)

Dans le champ gravitationnel de la Terre :

Une horloge atomique à 9 km d'altitude (avion) pendant 48 h a vieilli de 0,15 microseconde de plus qu'une horloge atomique identique restée au sol.

C'est la relativité générale qui a raison !

La gravitation a une influence sur le temps ?

La théorie newtonienne dit *non*, la relativité générale dit *oui*...



Expérience de Hafele et Keating (1971)

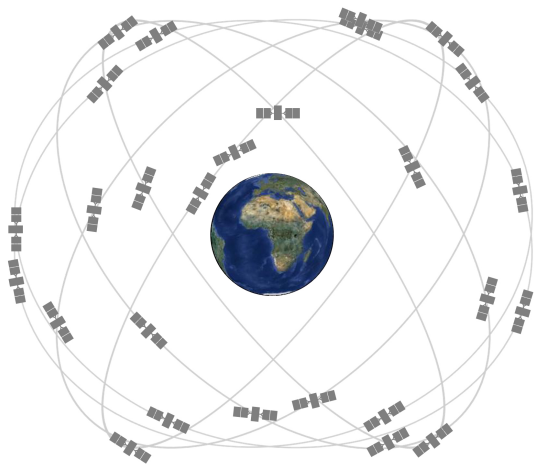
Dans le champ gravitationnel de la Terre :

Une horloge atomique à 9 km d'altitude (avion) pendant 48 h a vieilli de 0,15 microseconde de plus qu'une horloge atomique identique restée au sol.

C'est la relativité générale qui a raison !

Aujourd'hui le décalage temporel gravitationnel est mesuré en laboratoire à l'aide d'**horloges atomiques optiques** pour des différences d'altitude aussi petites que 30 cm !

Le GPS doit tenir compte de la distorsion temporelle !



[gps.gov]

Altitude $h = 2 \times 10^4$ km

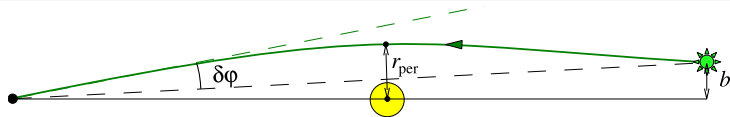
Relat. gen. $\Rightarrow \delta t/t = 5 \times 10^{-10}$

En un jour, la dérive atteint

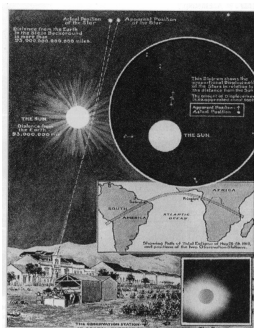
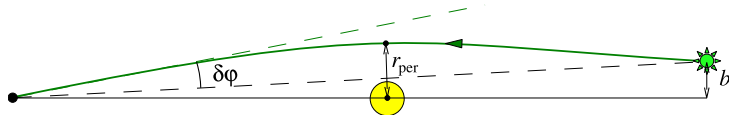
$\delta t = 46 \mu s$

ce qui correspondrait à une
erreur de positionnement de
28 km si aucune correction
n'était appliquée !

Un autre effet de la gravitation : la déviation des rayons lumineux

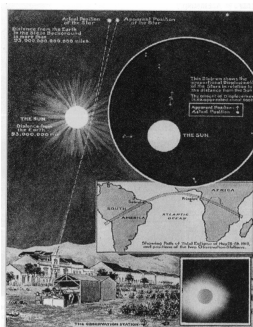
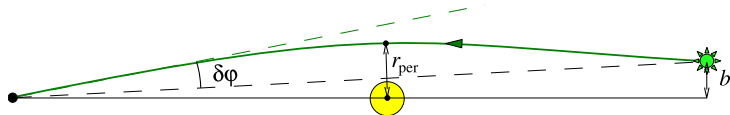


Un autre effet de la gravitation : la déviation des rayons lumineux



Éclipse de Soleil de 1919
(observée par A. Eddington)

Un autre effet de la gravitation : la déviation des rayons lumineux



Éclipse de Soleil de 1919
(observée par A. Eddington)



[HST (Nasa/ESA/STSCI)]

Mirage gravitationnel

Outline

- 1 Qu'est-ce qu'un trou noir ?
- 2 L'espace-temps
- 3 Les trous noirs en relativité générale**
- 4 Simulations d'images de trous noirs
- 5 Observer les trous noirs
- 6 "Voir" les trous noirs par les ondes gravitationnelles

Espace-temps avec trou noir

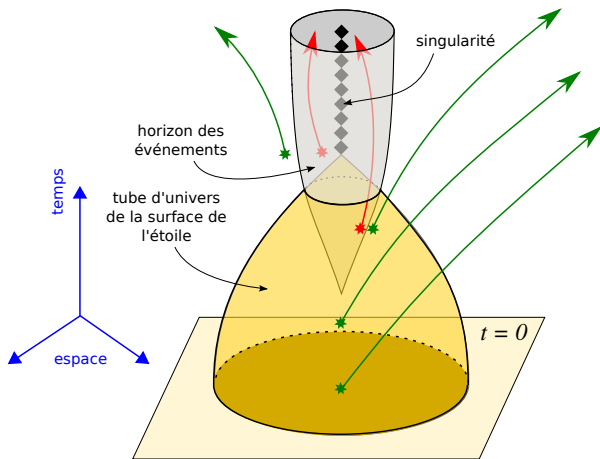


Diagramme d'espace-temps représentant la formation d'un trou noir par effondrement gravitationnel du cœur d'une étoile massive (phénomène de *supernova*)

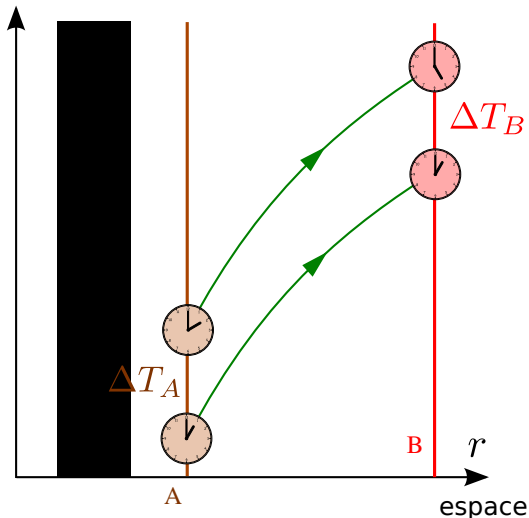
singularité : courbure $\rightarrow \infty$

La singularité centrale

- La singularité centrale est une **singularité de courbure** : la courbure de l'espace-temps diverge (tend vers l'infini) à cet endroit.
- La **singularité centrale marque la limite du domaine d'applicabilité de la relativité générale** : pour la décrire, il faudrait utiliser une théorie plus "fine", sans doute une théorie quantique de la gravitation (pistes actuellement explorées : *théorie des cordes* et *gravité quantique à boucles*).
- La **singularité centrale est inaccessible à l'observation** : elle est cachée sous l'horizon des événements.

Dilatation des temps au voisinage d'un trou noir

temps

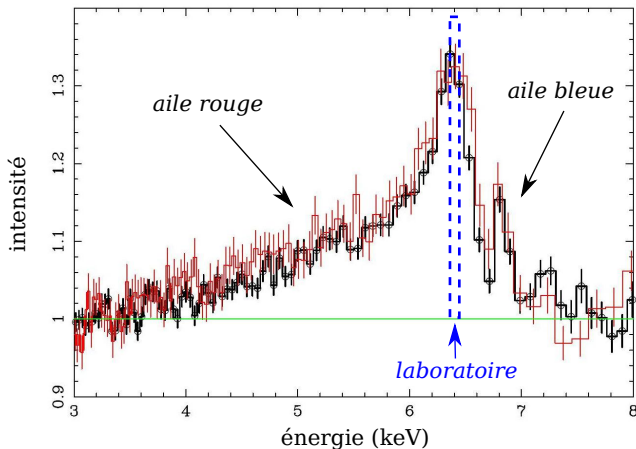


Un observateur éloigné voit un explorateur proche du trou noir vieillir beaucoup moins vite que lui : $\Delta T_A \ll \Delta T_B$

Si l'explorateur décide de franchir l'horizon, l'observateur éloigné le verra "se figer" tout près de l'horizon et ne jamais le traverser. Par contre, du point de vue de l'explorateur, l'horizon est franchi sans encombre en un temps fini.

L'effet est mesuré !

par exemple pour le trou noir supermassif au cœur de la galaxie MCG-6-30-15



Raie K α observée par les satellites XMM-Newton (rouge) et Suzaku (noir) (adapté de [Miller (2007)])

Raie K α : raie de fluorescence X des atomes de fer du disque d'accrétion entourant le trou noir (les atomes de fer sont excités par les rayons X de haute énergie émis depuis la couronne de plasma qui entoure le disque).

Décalage vers le rouge
 ⇒ basse fréquence
 ⇒ longue période
 ⇒ **dilatation des temps**

Quelques propriétés des trous noirs (1/3)

- **Un trou noir n'est pas un "aspirateur universel"** : au delà d'une certaine distance (de l'ordre de grandeur de la taille de l'horizon), la matière peut tout à fait rester en orbite stable autour du trou noir.

Quelques propriétés des trous noirs (1/3)

- **Un trou noir n'est pas un "aspirateur universel"** : au delà d'une certaine distance (de l'ordre de grandeur de la taille de l'horizon), la matière peut tout à fait rester en orbite stable autour du trou noir.
- **Un trou noir n'est pas un "objet extrêmement dense"** : au contraire, il est fait de **vide** (l'horizon est une frontière immatérielle), sauf peut-être en son centre (*singularité*). Si l'on définit une "densité moyenne" par $\bar{\rho} = M/(4/3\pi R^3)$, alors

Quelques propriétés des trous noirs (1/3)

- **Un trou noir n'est pas un "aspirateur universel"** : au delà d'une certaine distance (de l'ordre de grandeur de la taille de l'horizon), la matière peut tout à fait rester en orbite stable autour du trou noir.
- **Un trou noir n'est pas un "objet extrêmement dense"** : au contraire, il est fait de **vide** (l'horizon est une frontière immatérielle), sauf peut-être en son centre (*singularité*). Si l'on définit une "densité moyenne" par $\bar{\rho} = M/(4/3\pi R^3)$, alors
 - pour le trou noir au centre de notre galaxie (Sgr A*) : $\bar{\rho} \sim 10^6 \text{ kg m}^{-3} = 2 \cdot 10^{-4} \times$ la densité d'une naine blanche

Quelques propriétés des trous noirs (1/3)

- **Un trou noir n'est pas un "aspirateur universel"** : au delà d'une certaine distance (de l'ordre de grandeur de la taille de l'horizon), la matière peut tout à fait rester en orbite stable autour du trou noir.
- **Un trou noir n'est pas un "objet extrêmement dense"** : au contraire, il est fait de **vide** (l'horizon est une frontière immatérielle), sauf peut-être en son centre (*singularité*). Si l'on définit une "densité moyenne" par $\bar{\rho} = M/(4/3\pi R^3)$, alors
 - pour le trou noir au centre de notre galaxie (Sgr A*) : $\bar{\rho} \sim 10^6 \text{ kg m}^{-3} = 2 \cdot 10^{-4} \times$ la densité d'une naine blanche
 - pour le trou noir au centre de la galaxie M87 : $\bar{\rho} \sim 2 \text{ kg m}^{-3} = 1/500^{\text{e}}$ de la densité de l'eau !

Quelques propriétés des trous noirs (1/3)

- **Un trou noir n'est pas un "aspirateur universel"** : au delà d'une certaine distance (de l'ordre de grandeur de la taille de l'horizon), la matière peut tout à fait rester en orbite stable autour du trou noir.
- **Un trou noir n'est pas un "objet extrêmement dense"** : au contraire, il est fait de **vide** (l'horizon est une frontière immatérielle), sauf peut-être en son centre (*singularité*). Si l'on définit une "densité moyenne" par $\bar{\rho} = M/(4/3\pi R^3)$, alors
 - pour le trou noir au centre de notre galaxie (Sgr A*) : $\bar{\rho} \sim 10^6 \text{ kg m}^{-3} = 2 \cdot 10^{-4} \times$ la densité d'une naine blanche
 - pour le trou noir au centre de la galaxie M87 : $\bar{\rho} \sim 2 \text{ kg m}^{-3} = 1/500^{\text{e}}$ de la densité de l'eau !
- **On peut, en théorie, former un trou noir dans un univers vide de toute matière** : par effondrement d'un paquet d'ondes d'espace-temps (*les ondes gravitationnelles*).

Quelques propriétés des trous noirs (2/3)

Théorème d'unicité (absence de chevelure)

Dorochkevitch, Novikov & Zeldovitch (1965), Israel (1967), Carter (1971), Hawking (1972)

Dans le cadre de la relativité générale et en 4 dimensions, un trou noir stationnaire est entièrement décrit par seulement deux nombres^a :

- sa masse M
- son moment cinétique J (mesure l'état de rotation)

a. La solution mathématique des équations d'Einstein correspondante s'appelle la **solution de Kerr** (1963) ; pour $J = 0$, elle se réduit à la **solution de Schwarzschild** (1916)

Quelques propriétés des trous noirs (2/3)

Théorème d'unicité (absence de chevelure)

Dorochkevitch, Novikov & Zeldovitch (1965), Israel (1967), Carter (1971), Hawking (1972)

Dans le cadre de la relativité générale et en 4 dimensions, un trou noir stationnaire est entièrement décrit par seulement deux nombres^a :

- sa masse M
- son moment cinétique J (mesure l'état de rotation)

a. La solution mathématique des équations d'Einstein correspondante s'appelle la **solution de Kerr** (1963) ; pour $J = 0$, elle se réduit à la **solution de Schwarzschild** (1916)

⇒ Un trou noir est un objet extrêmement régulier :
il "*n'a pas de cheveux*" (John A. Wheeler)

Quelques propriétés des trous noirs (3/3)

- La **masse d'un trou noir** n'est pas une mesure de la "quantité de matière" à l'intérieur du trou noir, mais un paramètre M qui caractérise son champ de gravitation externe. Elle est mesurable à partir de la période orbitale d'un corps d'épreuve en orbite circulaire à grande distance autour du trou noir.
- Le **moment cinétique** J est également une quantité mesurable, par la précession d'un gyroscope embarqué dans un satellite en orbite autour du trou noir.
- Le **rayon d'un trou noir** n'est pas un concept bien défini ; en aucun cas, il ne correspond à la distance entre le "centre" du trou noir (la singularité) et l'horizon. Il vaut mieux le définir à partir de l'aire A de l'horizon. Pour un trou noir statique, $R = \sqrt{A/4\pi}$. Le rayon ainsi défini est proportionnel à la masse : $R = \frac{2GM}{c^2} \simeq 3 \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \text{ km}$

Outline

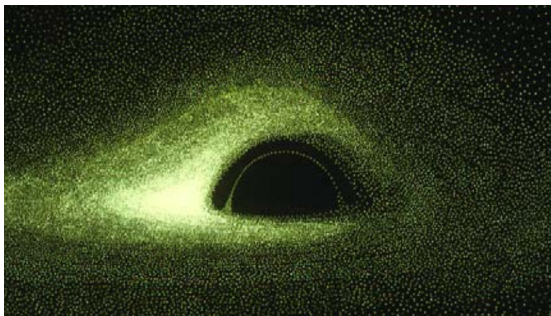
- 1 Qu'est-ce qu'un trou noir ?
- 2 L'espace-temps
- 3 Les trous noirs en relativité générale
- 4 Simulations d'images de trous noirs**
- 5 Observer les trous noirs
- 6 "Voir" les trous noirs par les ondes gravitationnelles

Voir un trou noir ?

Par définition, un trou noir n'est pas directement observable, mais sa **silhouette** l'est

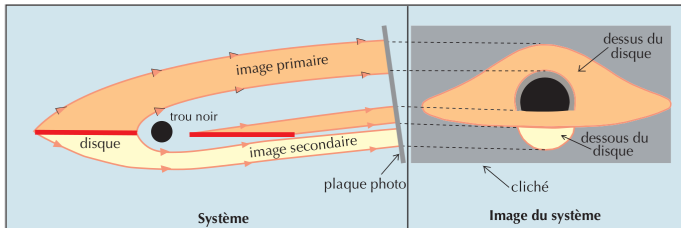
- s'il est entouré de matière (disque d'accrétion)
- s'il est observé sur un fond étoilé

Silhouette avec disque d'accrétion



Première image calculée de la silhouette calculée par J.-P. Luminet

[Luminet, A&A 75, 228 (1979)]

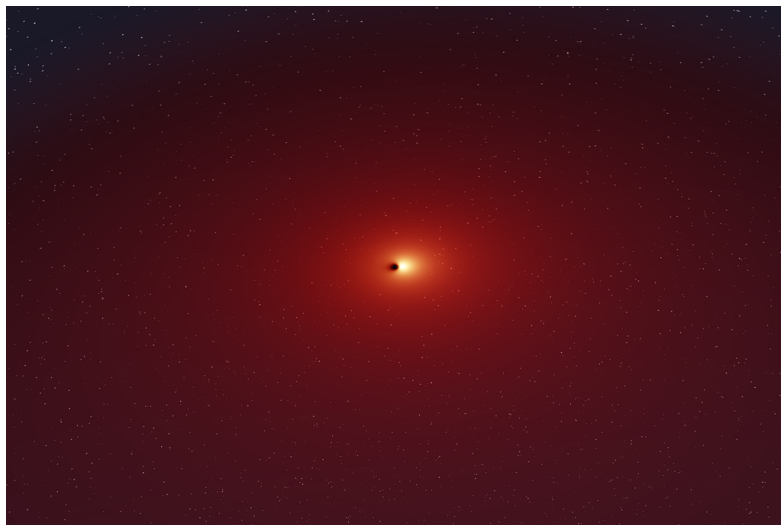


Trajectoire des rayons lumineux et formation de l'image

<http://luth.obspm.fr/~luminet/>

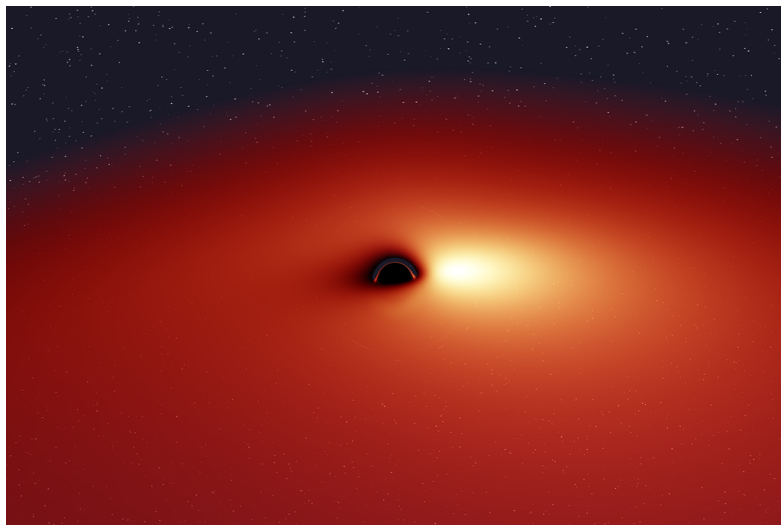
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



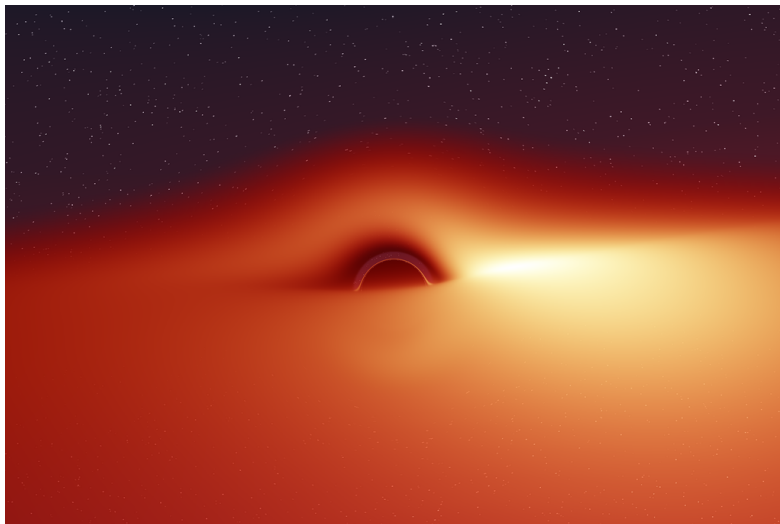
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



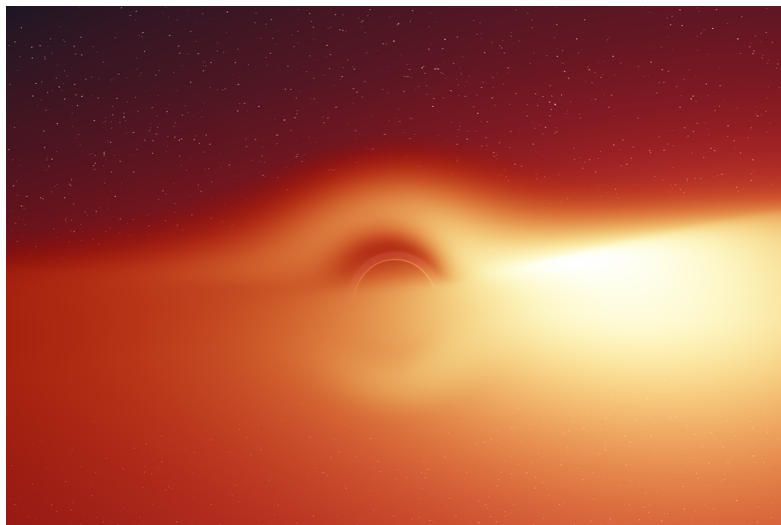
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



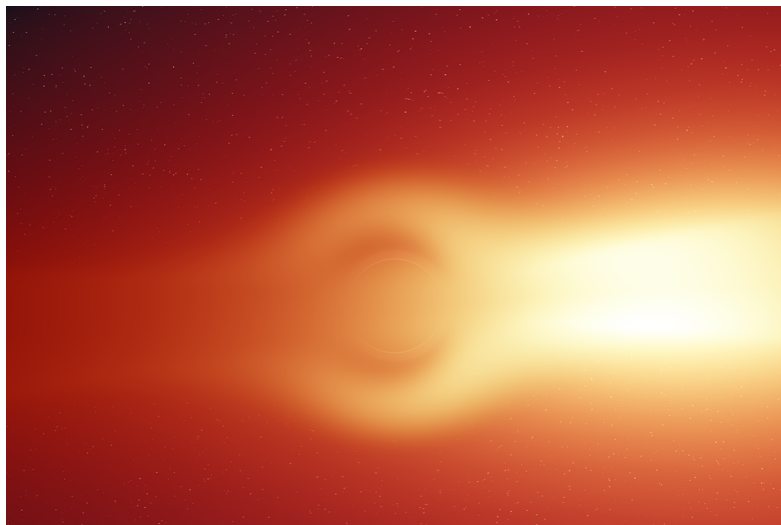
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



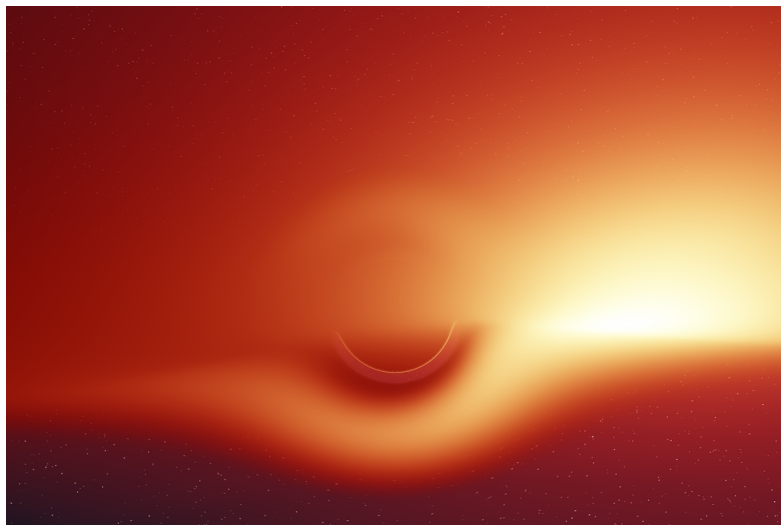
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



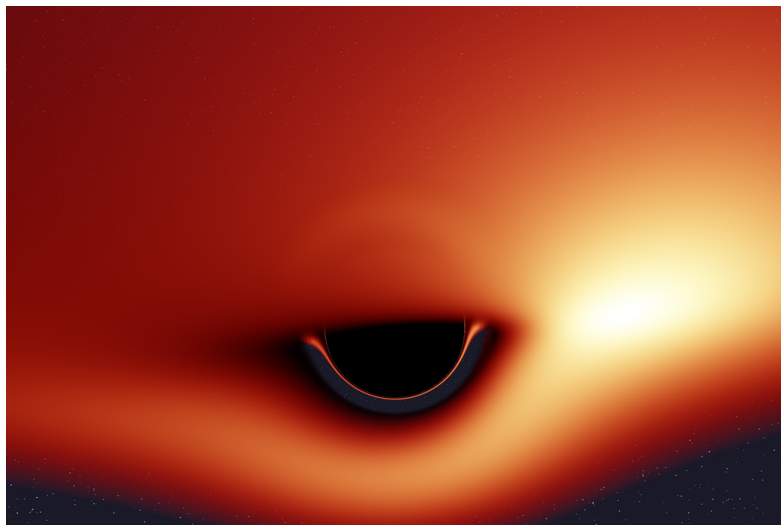
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



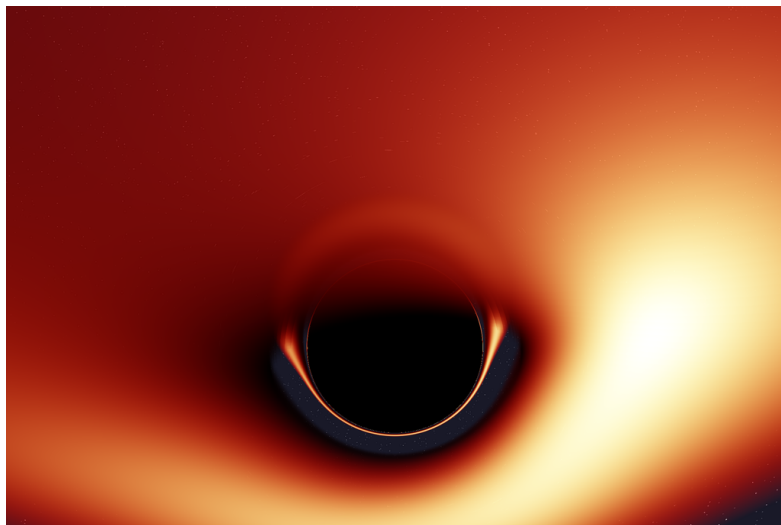
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



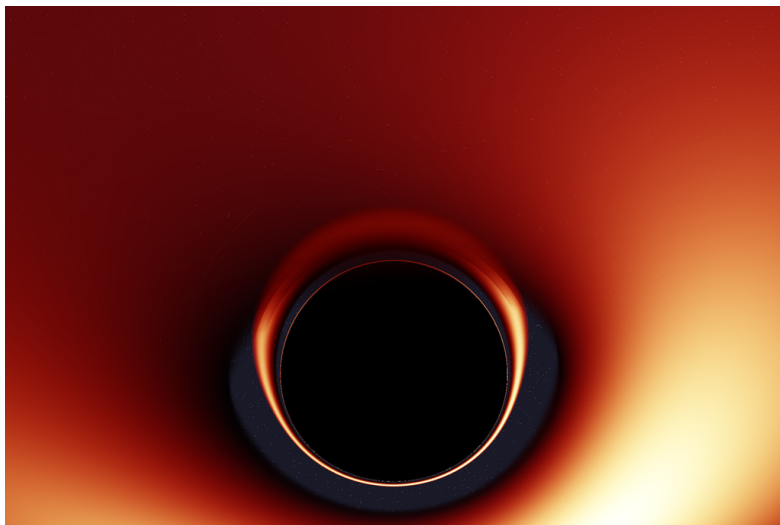
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



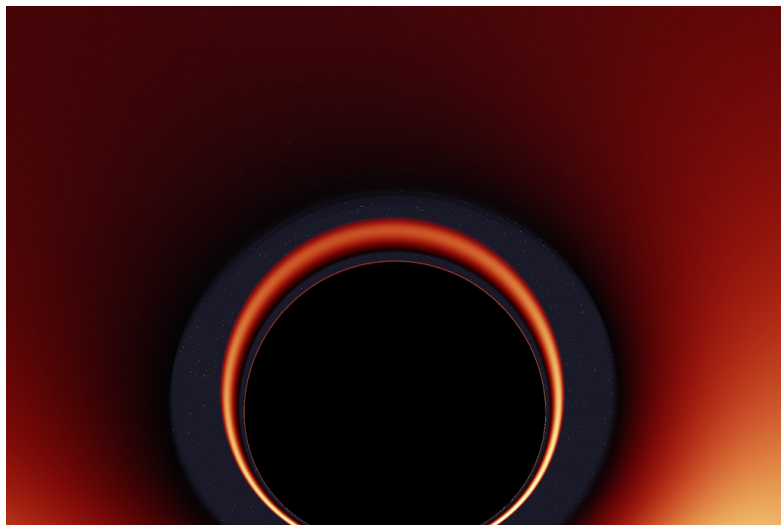
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



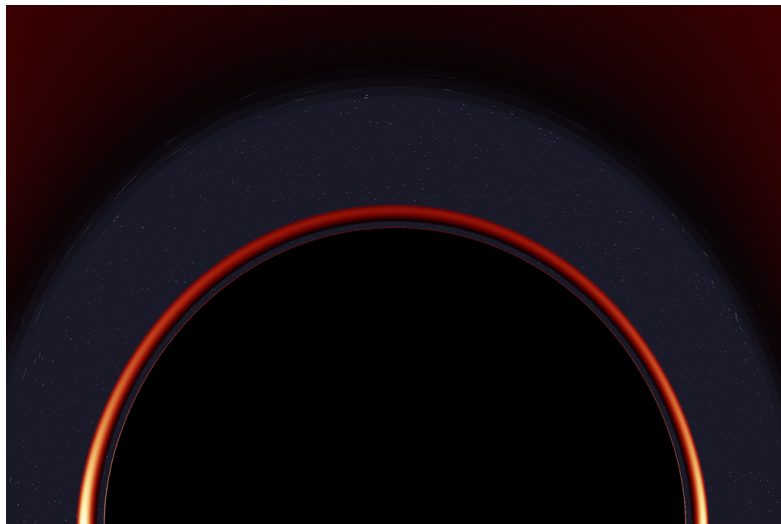
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



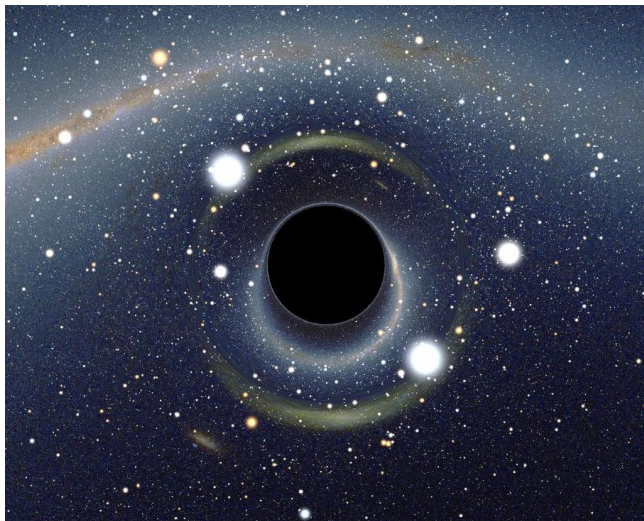
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



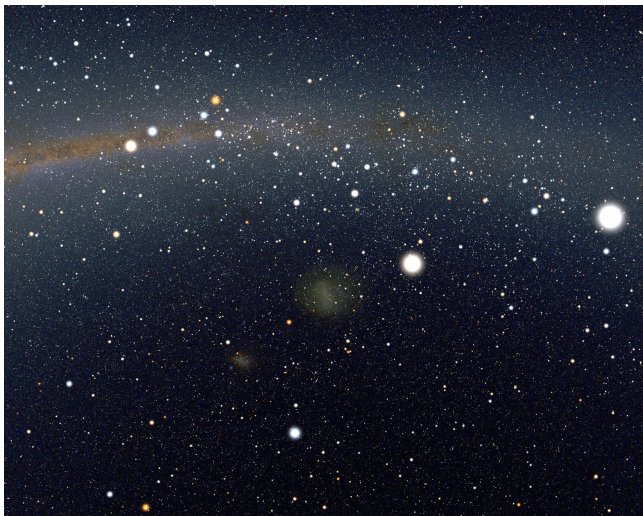
Silhouette devant un fond étoilé

Image calculée par A. Riazuelo [Riazuelo, 2007]



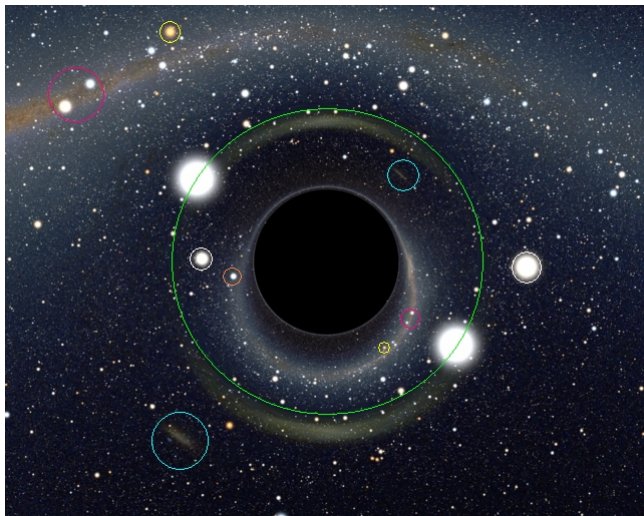
Silhouette devant un fond étoilé

Image calculée par A. Riazuelo [Riazuelo, 2007]



Silhouette devant un fond étoilé

Image calculée par A. Riazuelo [Riazuelo, 2007]



Un trou noir devant la Tour Eiffel !

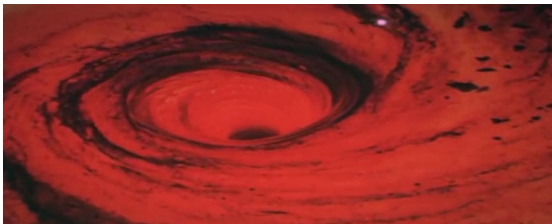


Ce que l'on verrait s'il y avait un trou noir de même masse que la Terre (rayon ~ 1 cm) à 5 m de nous.

Image réalisée par T. Paumard (LESIA, Obs. Paris) (2014), via le logiciel de calcul de géodésiques **GYOTO**, à partir de la photo *Paris s'éveille* prise par A. Duret-Lutz

<http://gyoto.obspm.fr>

Les trous noirs au cinéma



Le Trou Noir

Gary Nelson (1979)

produit par Walt Disney

(c) Walt Disney Pictures

Image d'un "maelstrom cosmique" très peu réaliste : aucun effet de mirage gravitationnel

→ seul l'effet attractif du trou noir est mis en avant

Les trous noirs au cinéma



(c) Warner Bros. Pictures

Interstellar

Christopher Nolan (2014)

Image calculée suivant les équations de la relativité générale fournies par Kip Thorne (CalTech)

- Tous les effets de mirage gravitationnel sont là
- Les effets de dilatation temporelle sont bien mis en avant dans le film
- Il manque toutefois l'effet Doppler pour que l'image soit pleinement réaliste

Les trous noirs au cinéma

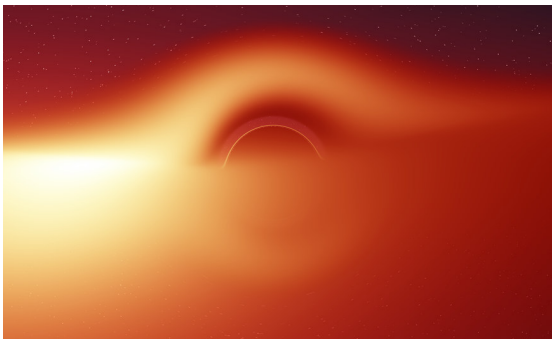


Image calculée par J.-A. Marck (1996)

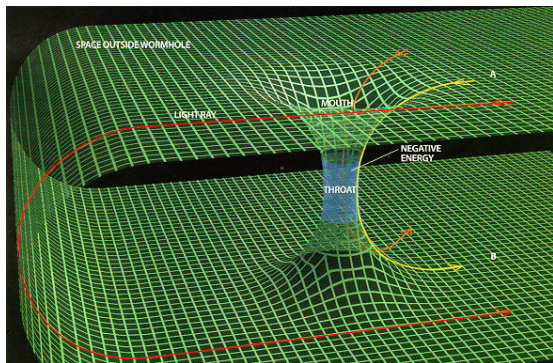
Interstellar
Christopher Nolan (2014)

- Tous les effets de mirage gravitationnel sont là
- Les effets de dilatation temporelle sont bien mis en avant dans le film
- Il manque toutefois l'effet Doppler pour que l'image soit pleinement réaliste

Les trous de ver

Un **trou de ver** est une structure de l'espace-temps, qui relie deux régions distinctes, constituant ainsi un "raccourci".

Bien qu'hypothétique, il s'agit d'une solution parfaitement valide des équations de la relativité générale.



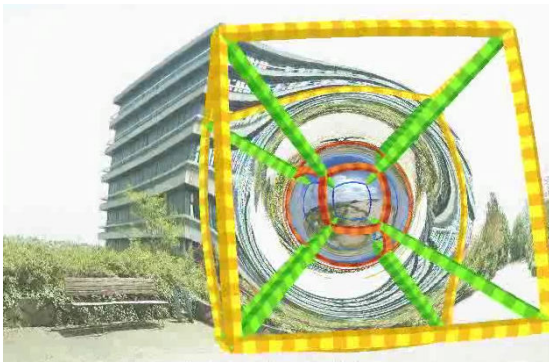
Un trou de ver se distingue d'un trou noir par

- l'**absence d'horizon** : on peut en sortir en faisant demi-tour
- la nécessité de **matière exotique** pour tapiser ses parois
- **pas de processus astrophysique** de formation connu

Matière exotique : matière à densité d'énergie négative

Voyage à travers un trou de ver

Entre l'Université de Tübingen (Allemagne) et une plage de Boulogne sur Mer



Film réalisé par C. Zahn (2008)

<http://www.spacetime-travel.org/>

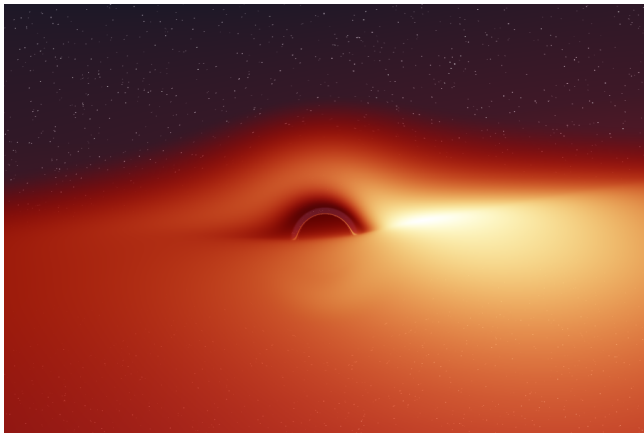
Outline

- 1 Qu'est-ce qu'un trou noir ?
- 2 L'espace-temps
- 3 Les trous noirs en relativité générale
- 4 Simulations d'images de trous noirs
- 5 Observer les trous noirs**
- 6 "Voir" les trous noirs par les ondes gravitationnelles

Le trou noir : une source d'énergie formidable !

Libération d'énergie potentielle gravitationnelle par **accrétion** sur un trou noir : jusqu'à 42% de l'énergie de masse mc^2 de la matière accrétée !

NB : les réactions thermonucléaires libèrent moins de 1% de mc^2



La matière qui tombe sur un trou noir forme un **disque d'accrétion** [Donald Lynden-Bell (1969), Nicolaï Shakura & Rachid Sunayev (1973)]

[J.-A. Marck (1996)]

Les trous noirs dans le ciel

Il existe deux grandes catégories de trous noirs astrophysiques :

- les **trous noirs stellaires**, restes de supernovæ :

$$M \sim 10 \text{ à } 30 M_{\odot} \text{ et } R \sim 30 \text{ à } 90 \text{ km}$$

$$\text{exemple : Cyg X-1 : } M = 15 M_{\odot} \text{ et } R = 45 \text{ km}$$

- les **trous noirs supermassifs**, au centre des galaxies :

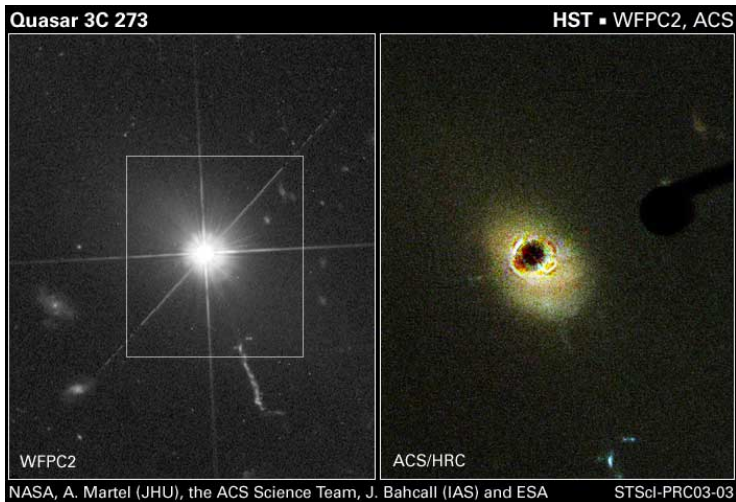
$$M \sim 10^5 \text{ à } 10^{10} M_{\odot} \text{ et } R \sim 3 \times 10^5 \text{ km à } 200 \text{ UA}^1$$

$$\text{exemple : Sgr A* : } M = 4,3 \times 10^6 M_{\odot} \text{ et}$$

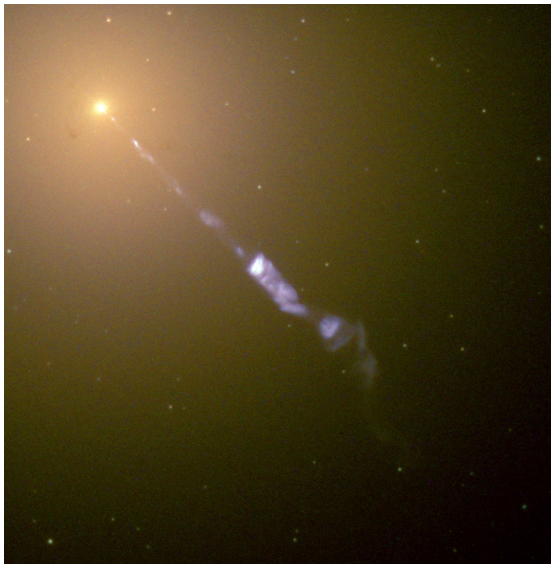
$$R = 13 \times 10^6 \text{ km} = 18 R_{\odot} = 0,09 \text{ UA} = \frac{1}{4} \text{ rayon de l'orbite de Mercure}$$

1. UA = unité astronomique \simeq distance Terre-Soleil

Les trous noirs au cœur des quasars



Les trous noirs au cœur des galaxies à noyau actif

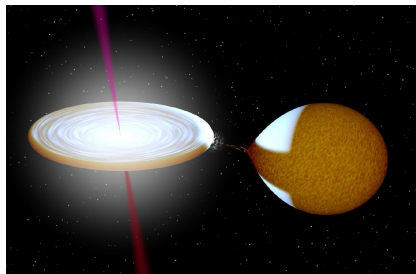
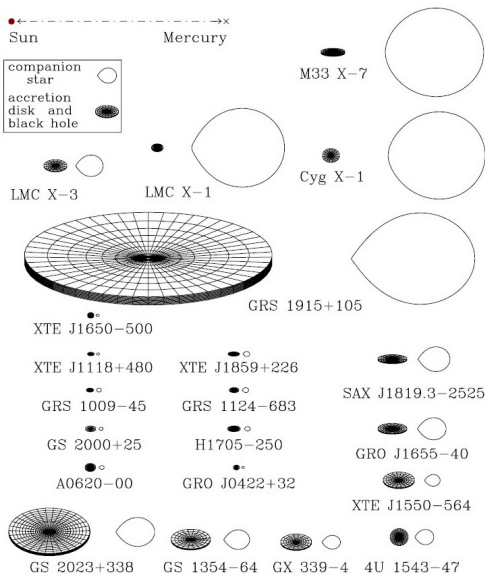


Jet émis par le noyau de la
galaxie elliptique géante M87, au
cœur de l'amas de la Vierge [HST]

$$M_{\text{t.n.}} = 3 \times 10^9 M_{\odot}$$

$$V_{\text{jet}} \simeq 0.99 c$$

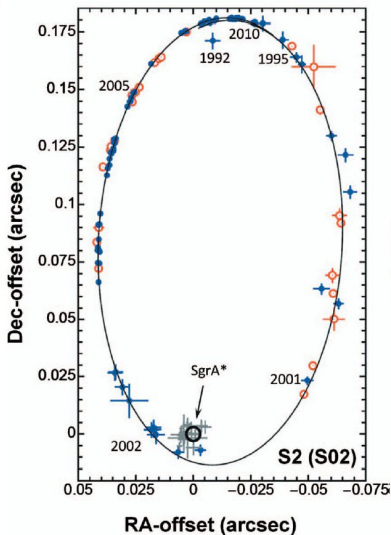
Trous noirs dans les binaires X



Une vingtaine de trous noirs identifiés dans notre galaxie

[McClintock et al. (2011)]

Le trou noir au cœur de notre galaxie : Sgr A*



[ESO (2009)]

Détection via la dynamique stellaire :

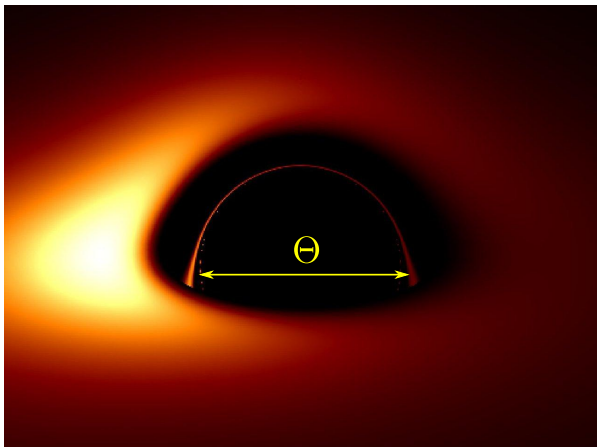
$$\Rightarrow M_{\text{t.n.}} = 4.3 \times 10^6 M_{\odot}$$

← Orbite de l'étoile S2 autour de Sgr A* :

$$P = 16 \text{ ans}, \quad r_{\text{per}} = 120 \text{ UA} = 1400 R_{\text{S}}, \\ V_{\text{per}} = 0.02 c$$

[Genzel, Eisenhauer & Gillessen, RMP **82**, 3121 (2010)]

Peut-on voir la silhouette des trous noirs ?



Simulation numérique (disque d'accrétion fin)

[Vincent, Paumard, Gourgoulhon & Perrin, CQG 28, 225011 (2011)]

Le plus gros trou noir en taille apparente sur le ciel :

Sgr A* : $\Theta = 53 \mu\text{as}$

Viennent ensuite

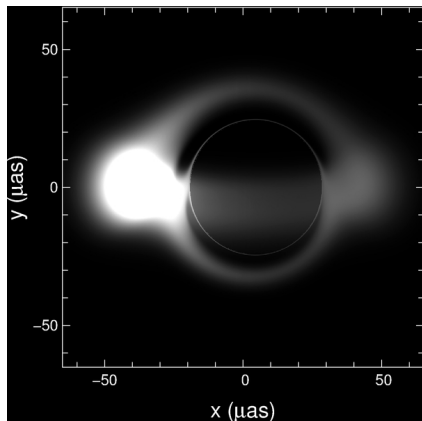
M87 : $\Theta = 21 \mu\text{as}$

M31 : $\Theta = 20 \mu\text{as}$

Rem. 1 : Les trous noirs dans les binaires X sont $\sim 10^5$ fois plus petits car $\Theta \propto M/d$

Rem. 2 : résolution angulaire du HST : $\Theta_{\min} \sim 10^5 \mu\text{as}$!

Peut-on voir la silhouette des trous noirs ?



Simulation numérique (tore ionisé)

[Straub, Vincent, Abramowicz, Gourgoulhon & Paumard, A&A 543,
A83 (2012)]

Le plus gros trou noir en
taille apparente sur le ciel :

Sgr A* : $\Theta = 53 \mu\text{as}$

Viennent ensuite

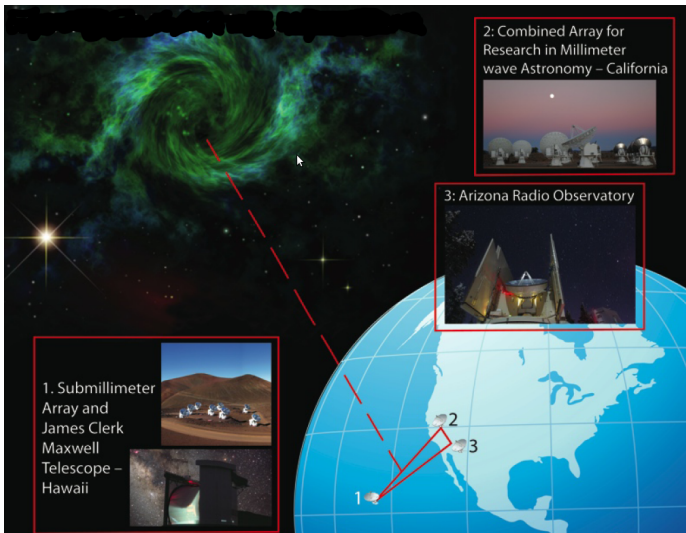
M87 : $\Theta = 21 \mu\text{as}$

M31 : $\Theta = 20 \mu\text{as}$

Rem. 1 : Les trous noirs
dans les binaires X sont
 $\sim 10^5$ fois plus petits car
 $\Theta \propto M/d$

Rem. 2 : résolution angulaire
du HST : $\Theta_{\min} \sim 10^5 \mu\text{as}$!

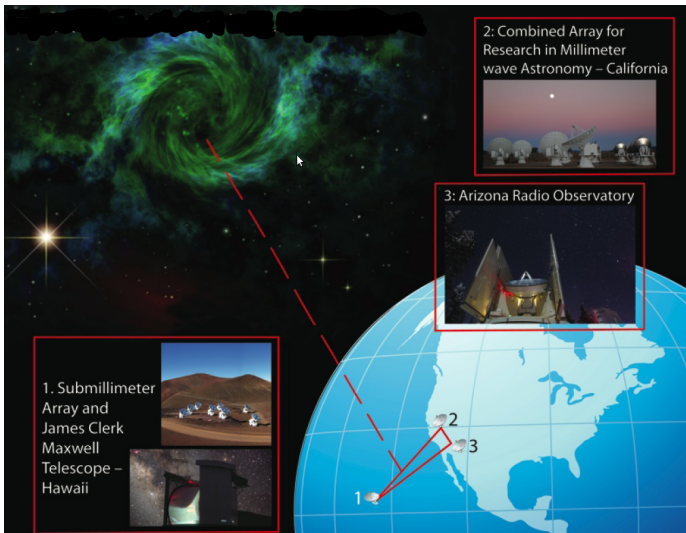
La solution : l'interférométrie !



Interférométrie à très grande base (VLBI) en ondes (sub)millimétriques

Réseau VLBI américain existant [Doeleman et al. 2011]

La solution : l'interférométrie !



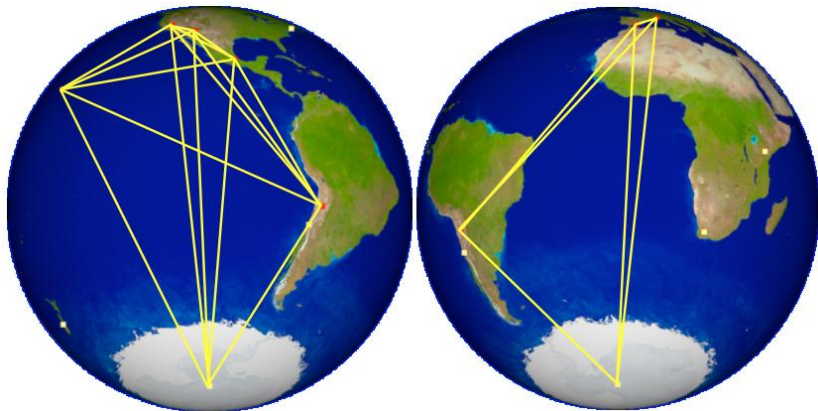
Interférométrie à très grande base (VLBI) en ondes (sub)millimétriques

Le meilleur résultat actuel : les observations VLBI à 1.3 mm ont montré que la taille de la région émettrice de Sgr A* n'est que de $37 \mu\text{as}$.

Réseau VLBI américain existant [Doeleman et al. 2011]

L'Event Horizon Telescope

Un télescope de taille planétaire !

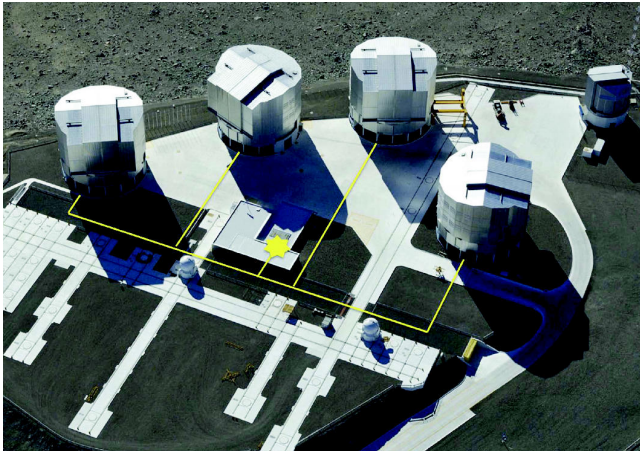


L'Event Horizon Telescope



Atacama Large Millimeter Array (ALMA)
inauguré en mars 2013

Interférométrie optique (infra-rouge)



[Gillessen et al. 2010]

Instrument GRAVITY au VLT (2016)

Combiner les faisceaux
des 4 télescopes de 8 m
et de 4 télescopes
auxiliaires
⇒ précision
astrométrique de $10 \mu\text{as}$

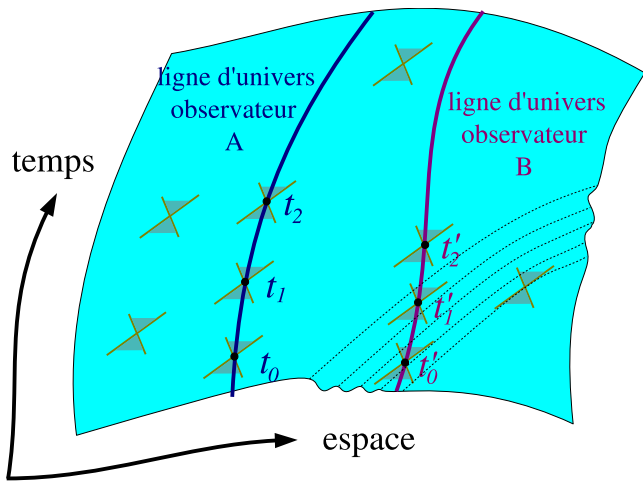
En cours d'installation !

Outline

- 1 Qu'est-ce qu'un trou noir ?
- 2 L'espace-temps
- 3 Les trous noirs en relativité générale
- 4 Simulations d'images de trous noirs
- 5 Observer les trous noirs
- 6 "Voir" les trous noirs par les ondes gravitationnelles

Les ondes gravitationnelles

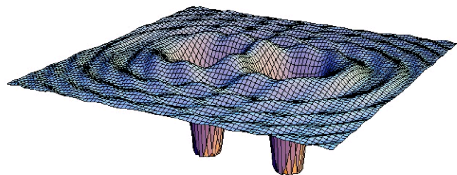
Des petites oscillations dans la courbure...



Les ondes gravitationnelles

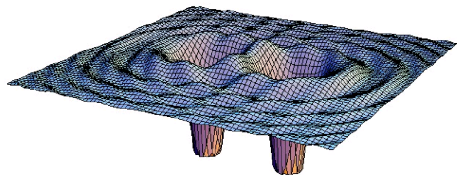
Les **ondes gravitationnelles**

- traduisent la **dynamique** de l'espace-temps



Section spatiale à deux dimensions d'un espace-temps engendré par un système binaire de trous noirs

Les ondes gravitationnelles

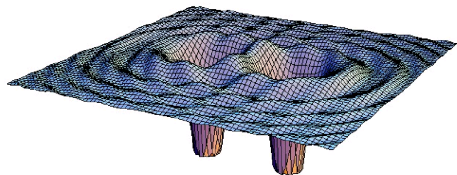


Section spatiale à deux dimensions d'un espace-temps engendré par un système binaire de trous noirs

Les **ondes gravitationnelles**

- traduisent la **dynamique** de l'espace-temps
- sont engendrées par l'accélération de la matière

Les ondes gravitationnelles

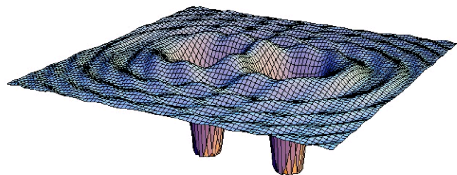


Section spatiale à deux dimensions d'un espace-temps engendré par un système binaire de trous noirs

Les **ondes gravitationnelles**

- traduisent la **dynamique** de l'espace-temps
- sont engendrées par l'accélération de la matière
- loin des sources, se propagent à la vitesse de la lumière

Les ondes gravitationnelles

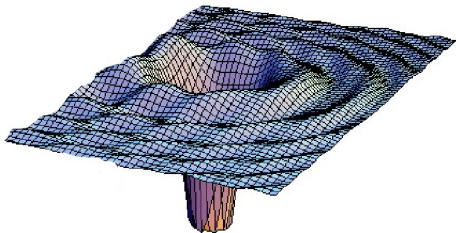


Section spatiale à deux dimensions d'un espace-temps engendré par un système binaire de trous noirs

Les **ondes gravitationnelles**

- traduisent la **dynamique** de l'espace-temps
- sont engendrées par l'accélération de la matière
- loin des sources, se propagent à la vitesse de la lumière
- se distinguent des **ondes électromagnétiques** (ondes radio, IR, optique, UV, X et gamma), qui sont des perturbations du champ électromagnétique se propageant *dans* l'espace-temps : les **ondes gravitationnelles** sont des ondes de l'espace-temps *lui-même*

Les ondes gravitationnelles pour "voir" les trous noirs



Lien intime entre les trous noirs et les ondes gravitationnelles :

Les trous noirs et les ondes gravitationnelles sont tous deux des **distorsions de l'espace-temps** :

- distorsions extrêmes (trous noirs)
- distorsions minimales (ondes gravitationnelles)

En particulier, trous noirs et ondes gravitationnelles sont tous deux des **solutions du vide** des équations de la Relativité Générale (équations d'Einstein)

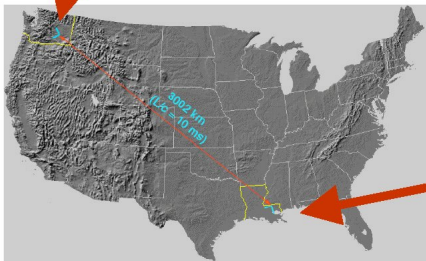
Détection des ondes gravitationnelles sur Terre



Détecteur interférométrique **VIRGO** sur le site de Cascina, près de Pise [CNRS/INFN]

Interféromètres LIGO

Hanford (H1=4km, H2=2km)

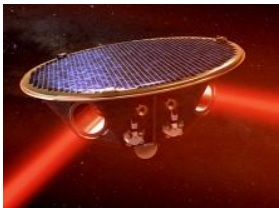


Livingston (L1=4km)



Projet spatial eLISA (ESA)

Détecteur interférométrique d'ondes gravitationnelles dans l'espace

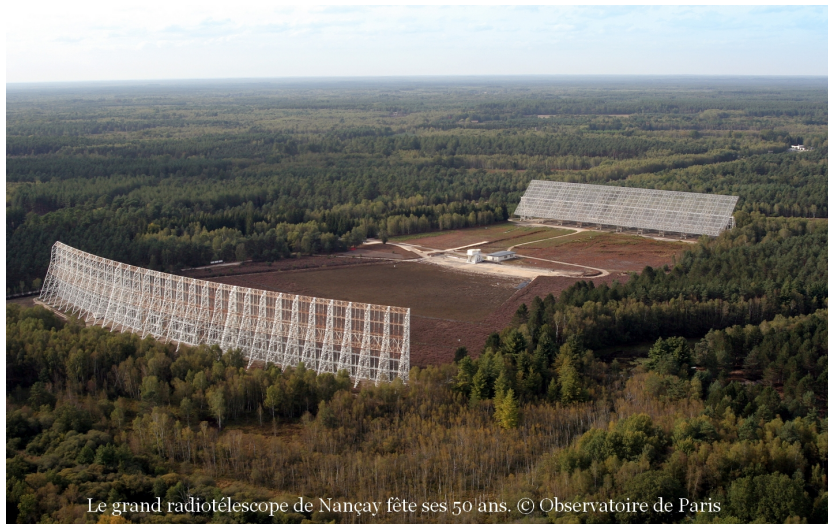


[eLISA / NGO]

- sélectionné par l'ESA en 2013 (mission L3)
- lancement vers 2028
- démonstrateur technologique **LISA Pathfinder** lancé très prochainement depuis Kourou (décembre 2015 !)

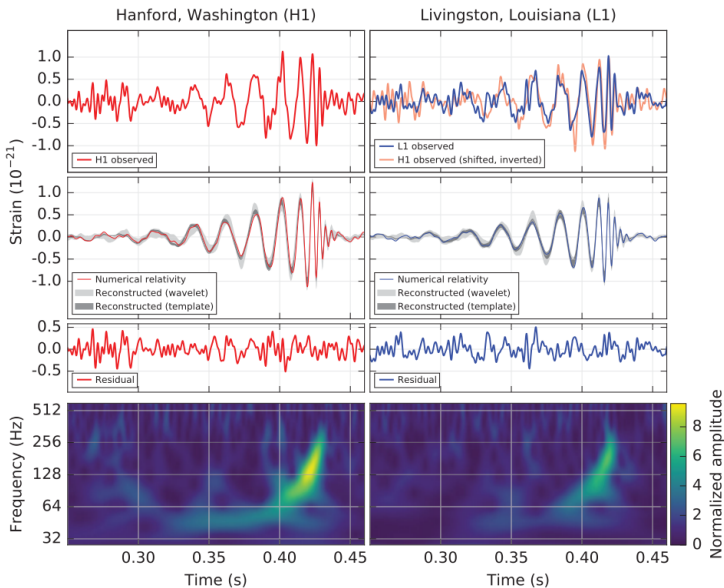


Détecter les ondes gravitationnelles par le chronométrage des pulsars

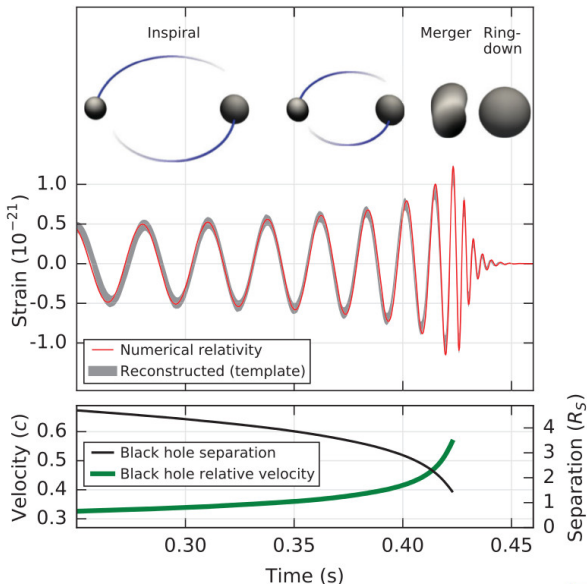


Le grand radiotélescope de Nançay fête ses 50 ans. © Observatoire de Paris

14 septembre 2015, 09 h 50 min 45 s UTC



L'événement GW150914



Signal :

$$\Delta t = 0.2 \text{ s}$$

$$f : 35 \rightarrow 250 \text{ Hz}$$

$$h_{\text{max}} = 1.0 \cdot 10^{-21}$$

Filtre adapté :

$$S/N = 24$$

$$F_{\text{f.al.}} = 1/203,000 \text{ yr}$$

$$M_1 = 36 \pm 5 M_{\odot}$$

$$M_2 = 29 \pm 4 M_{\odot}$$

$$d = 410 \pm 180 \text{ Mpc}$$

$$z = 0.09 \pm 0.04$$

$$M_{\text{final}} = 62 \pm 4 M_{\odot}$$

$$\Rightarrow E_{\text{rad}}^{\text{GW}} = 3.0 \pm 0.5 M_{\odot} c^2$$

$$a_1 < 0.7, a_2 < 0.9$$

$$a_{\text{final}} = 0.67 \pm 0.07$$

[Abbott et al., PRL 116, 061102

(2016)]

Bibliographie

- P. Binétruy, 2015, *À la poursuite des ondes gravitationnelles*, Dunod
- S. Collin-Zahn, 2009, *Des quasars aux trous noirs*, EDP Sciences
- G. Chardin, 2009, *Le LHC peut-il produire des trous noirs ?*, Le Pommier
- T. Damour, 2005, *Si Einstein m'était conté*, Le Cherche Midi
- N. Deruelle, 2015, *De Pythagore à Einstein, tout est nombre*, Belin
- E.ourgoulhon, 2011, *Trous noirs : à la veille d'une nouvelle ère observationnelle*, L'Astronomie **125**, novembre 2011, p. 16
- J.-P. Lasota, 2010, *La science des trous noirs*, Odile Jacob
- J.-P. Luminet, 2006, *Le destin de l'Univers : trous noirs et énergie sombre*, Folio
- A. Riazuelo, 2008, *Voyage au cœur d'un trou noir*, DVD Sciences et Avenir ; <http://tinyurl.com/riazuelo>
- K.S. Thorne, 1997, *Trous noirs et distorsions du temps*, Flammarion
- *Trous noirs*, Dossier Pour la Science **75**, avril-juin 2012