

# L'énergie sombre: un effet de la structuration de l'Univers?

Julien Larena

**Journée des doctorants du LUTH 2007**

12/01/2007

T. Buchert, JL, and JM Alimi (2006) *Class. Quantum Grav.* 23 6379-6408

JL, T. Buchert, and JM Alimi, *Proceedings SF2A*, juin 2006,  
astro-ph/0609315

JL, T. Buchert, and JM Alimi, *Proceedings Marcel Grossmann*, juillet 2006,  
astro-ph/0612774.

- 1 L'Univers observé et le modèle standard
- 2 Construction d'un modèle homogène
- 3 Description de champ moyen : le morphon
- 4 Une classe de solutions au problème de backreaction
- 5 Conclusion et perspectives

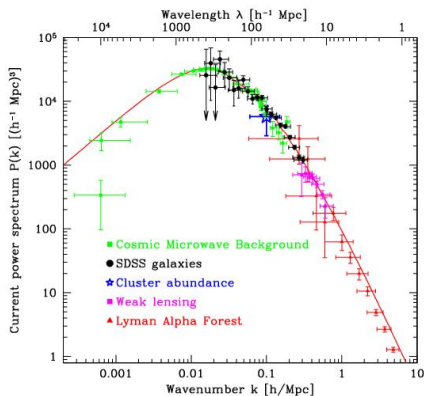
# Plan

- 1 L'Univers observé et le modèle standard
- 2 Construction d'un modèle homogène
- 3 Description de champ moyen : le morphon
- 4 Une classe de solutions au problème de backreaction
- 5 Conclusion et perspectives

# La distribution de matière

Aujourd'hui, la distribution de matière apparaît :

- **Statistiquement** homogène et isotrope à des échelles supérieures à 100 Mpc
- **Structurée** aux plus petites échelles (galaxies, amas, filaments, vides)



Tiré de Tegmark & al, 2004, Astrophys.J.

# Construction du modèle standard friedmannien

- Symétrie maximale (principe cosmologique **strict**) : **Univers localement homogène et isotrope**
- Métrique :  $ds^2 = -dt^2 + a^2(t)dl^2$  et courbure constante  $k$ .
- Cette hypothèse conduit aux **équations de Friedmann** : équations différentielles d'ordre 2 pour le facteur d'échelle  $a(t)$ .
- Toute l'information sur la cosmologie est contenue dans  $a(t)$  et  $k$ .

# Construction du modèle standard friedmannien

- Symétrie maximale (principe cosmologique **strict**) : **Univers localement homogène et isotrope**
- Métrique :  $ds^2 = -dt^2 + a^2(t)dl^2$  et courbure constante  $k$ .
- Cette hypothèse conduit aux **équations de Friedmann** : équations différentielles d'ordre 2 pour le facteur d'échelle  $a(t)$ .
- Toute l'information sur la cosmologie est contenue dans  $a(t)$  et  $k$ .
- Les structures se forment par effondrement gravitationnel de **perturbations de ce fond homogène**

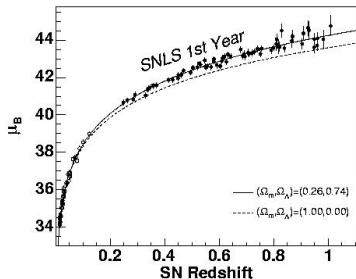
# Construction du modèle standard friedmannien

- Symétrie maximale (principe cosmologique **strict**) : **Univers localement homogène et isotrope**
- Métrique :  $ds^2 = -dt^2 + a^2(t)dl^2$  et courbure constante  $k$ .
- Cette hypothèse conduit aux **équations de Friedmann** : équations différentielles d'ordre 2 pour le facteur d'échelle  $a(t)$ .
- Toute l'information sur la cosmologie est contenue dans  $a(t)$  et  $k$ .
- Les structures se forment par effondrement gravitationnel de **perturbations de ce fond homogène**

**Séparation entre un fond et des perturbations** (développement de Taylor)  
C'est un excellent modèle pour les phases primordiales de l'Univers (CMB)

# Dynamique tardive des grandes échelles (1)

Observations de la luminosité des SN1a :

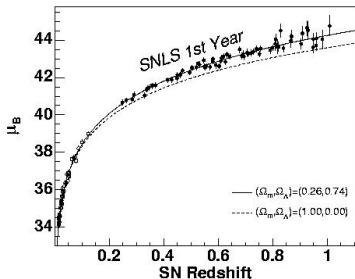


From Astier & al, 2005, A&A

- Reconstruction de la distance de luminosité.
- Les données **interprétées dans ce cadre** conduisent à :  $\ddot{a} > 0$ .

# Dynamique tardive des grandes échelles (1)

Observations de la luminosité des SN1a :



From Astier & al, 2005, A&A

- Reconstruction de la distance de luminosité.
- Les données **interprétées dans ce cadre** conduisent à :  $\ddot{a} > 0$ .
- Mais un contenu matériel standard ( $\rho + 3p > 0$ ) ne peut expliquer cela.

# Dynamique tardive des grandes échelles (2)

## La solution dans le cadre friedmannien

- Modification de la gravité (branes, théorie scalaire-tenseur...)
- Secteur "sombre" (constante cosmologique, matière "exotique")

# Dynamique tardive des grandes échelles (2)

## La solution dans le cadre friedmannien

- Modification de la gravité (branes, théorie scalaire-tenseur...)
- Secteur “sombre” (constante cosmologique, matière “exotique”)

Mais, ce phénomène coïncide avec la formation des structures (échec de la théorie de perturbations?)

A-t-on convenablement construit le modèle cosmologique, c'est à dire les lois qui régissent la dynamique aux **grandes échelles**?

# Dynamique tardive des grandes échelles (2)

## La solution dans le cadre friedmannien

- Modification de la gravité (branes, théorie scalaire-tenseur...)
- Secteur "sombre" (constante cosmologique, matière "exotique")

Mais, ce phénomène coïncide avec la formation des structures (échec de la théorie de perturbations?)

A-t-on convenablement construit le modèle cosmologique, c'est à dire les lois qui régissent la dynamique aux **grandes échelles**?

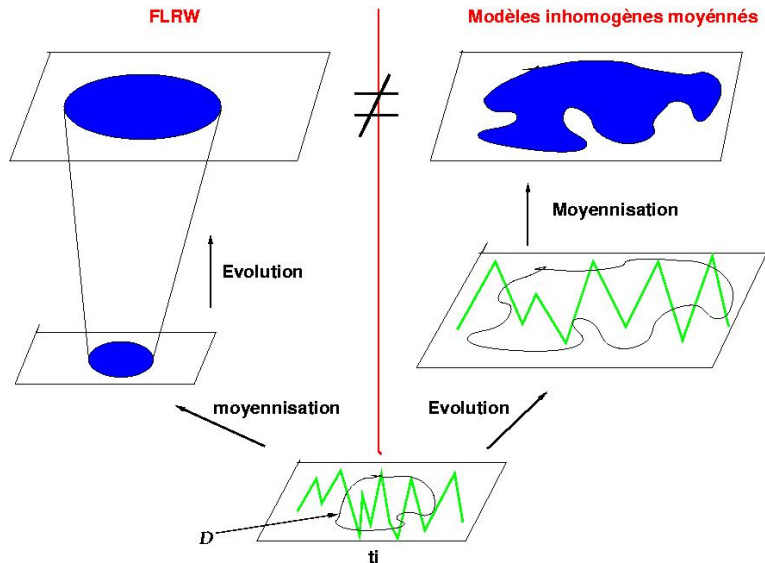
## Principe d'une réponse

- Objectifs :
  - Construire un modèle homogène aux grandes échelles (pour interpréter les données dans ce cadre)
  - Sans supposer qu'il l'est à toutes les échelles.
- Moyens :
  - Moyenner les grandeurs (seulement les scalaires) sur un domaine spatial donné.
  - Evaluer les écarts au modèle friedmannien dans ce nouveau cadre

# Plan

- 1 L'Univers observé et le modèle standard
- 2 Construction d'un modèle homogène**
- 3 Description de champ moyen : le morphon
- 4 Une classe de solutions au problème de backreaction
- 5 Conclusion et perspectives

## Evolution de la moyenne ou moyenne de l'évolution ?



# Cosmologies inhomogènes moyennées

## Cosmologie moyennée : Principe cosmologique **faible**

- Univers tardif : fluide sans pression et irrotationnel :  $\rho(t, \vec{x})$
- Métrique :  $ds^2 = -dt^2 + g_{ij}dx^i dx^j$  : observateurs comobiles avec le fluide. Feuilletage de l'espace-temps par des hypersurfaces de genre espace.
- Courbures extrinsèque :  $-K_{ij} = \theta g_{ij}/3 + \sigma_{ij}$ , et intrinsèque :  $R$ .
- Opérateur de moyennisation :  $\langle \Upsilon \rangle_{\mathcal{D}} = \frac{1}{V_{\mathcal{D}}} \int_{\mathcal{D}} \Upsilon J d^3x$ . Appliqué aux parties scalaires des équations sur  $\mathcal{D}$  (Buchert, GRG, 2000 et Buchert, GRG, 2001).
- Facteur d'échelle (volumique) effectif :  $a_{\mathcal{D}}(t) = \left( \frac{V_{\mathcal{D}}(t)}{V_{\mathcal{D}}(t_i)} \right)^{1/3}$

Les équations pour  $a_{\mathcal{D}}(t)$ .

$$\begin{aligned} \left(\frac{\dot{a}_{\mathcal{D}}}{a_{\mathcal{D}}}\right)^2 &= \frac{8\pi G}{3} \langle \rho \rangle_{\mathcal{D}} - \frac{\langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}} + \mathcal{Q}_{\mathcal{D}}}{6} \\ \frac{\ddot{a}_{\mathcal{D}}}{a_{\mathcal{D}}} &= -\frac{4\pi G}{3} \langle \rho \rangle_{\mathcal{D}} + \frac{\mathcal{Q}_{\mathcal{D}}}{3} \\ a_{\mathcal{D}}^{-6} \partial_t (a_{\mathcal{D}}^6 \mathcal{Q}_{\mathcal{D}}) &= -a_{\mathcal{D}}^{-2} \partial_t (a_{\mathcal{D}}^2 \langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}}) \end{aligned}$$

Les équations pour  $a_{\mathcal{D}}(t)$ .

$$\begin{aligned} \left(\frac{\dot{a}_{\mathcal{D}}}{a_{\mathcal{D}}}\right)^2 &= \frac{8\pi G}{3} \langle \rho \rangle_{\mathcal{D}} - \frac{\langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}} + \mathcal{Q}_{\mathcal{D}}}{6} \\ \frac{\ddot{a}_{\mathcal{D}}}{a_{\mathcal{D}}} &= -\frac{4\pi G}{3} \langle \rho \rangle_{\mathcal{D}} + \frac{\mathcal{Q}_{\mathcal{D}}}{3} \\ a_{\mathcal{D}}^{-6} \partial_t (a_{\mathcal{D}}^6 \mathcal{Q}_{\mathcal{D}}) &= -a_{\mathcal{D}}^{-2} \partial_t (a_{\mathcal{D}}^2 \langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}}) \end{aligned}$$

Système quasi-friedmannien avec des sources supplémentaires :

- backreaction cinématique :  $\mathcal{Q}_{\mathcal{D}} = \frac{2}{3} \langle (\theta - \langle \theta \rangle_{\mathcal{D}})^2 \rangle_{\mathcal{D}} - 2 \langle \sigma^2 \rangle_{\mathcal{D}}$  : fluctuations (variances) moyennes du taux d'expansion et du taux de cisaillement.
- 3-courbure moyenne :  $\langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}}$ .

Acceleration ssi  $\mathcal{Q}_{\mathcal{D}} > 4\pi G \langle \rho \rangle_{\mathcal{D}}$

# La courbure friedmannienne

Il est possible de définir une courbure friedmannienne pour ce système :

$$\frac{k_{\mathcal{D}_i}}{a_{\mathcal{D}}^2} = \frac{\langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}} + \mathcal{Q}_{\mathcal{D}}}{6} + 2 \frac{1}{3a_{\mathcal{D}}^2} \int_1^{a_{\mathcal{D}}} a \mathcal{Q}_{\mathcal{D}}(a) da$$

La 3-courbure moyenne n'est pas la courbure constante friedmannienne :  
Couplage de la 3-courbure moyenne et des fluctuations.

# $Q_D$ peut-il être grand ?

$\theta$  est une quantité du second ordre (en terme du potentiel gravitationnel) dans un développement perturbatif, mais :

- Lorsque les fluctuations sont faibles,  $\theta$  est localisé au voisinage de sa valeur friedmannienne ( $H$ ) et sa variance spatiale est faible ; lorsque les structures se forment, sa variance croit à cause de la **présence simultanée dans le domaine  $\mathcal{D}$  de régions fortement sous-denses et sur-denses**
- Indications d'une **instabilité du développement perturbatif** (Notari astro-ph/0503715, Kolb & al New J. Phys. 2006) à cause de la moyenne de termes à six gradients spatiaux du spectre de fluctuations initiales.

⇒ Un traitement entièrement non-perturbatif est nécessaire.

Mais, en l'absence d'un tel traitement, nous pouvons apprendre des choses d'une description en terme de "champ moyen".

# Plan

- 1 L'Univers observé et le modèle standard
- 2 Construction d'un modèle homogène
- 3 Description de champ moyen : le morphon**
- 4 Une classe de solutions au problème de backreaction
- 5 Conclusion et perspectives

# Le morphon

Identification formelle de  $\mathcal{Q}_{\mathcal{D}}$  et  $\langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}}$  avec un champ scalaire :

Définition du morphon

$$-\frac{1}{8\pi G} \mathcal{Q}_{\mathcal{D}} = \epsilon \dot{\Phi}_{\mathcal{D}}^2 - U(\Phi_{\mathcal{D}}); \quad -\frac{1}{8\pi G} \langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}} = 3U(\Phi_{\mathcal{D}}).$$

# Le morphon

Identification formelle de  $\mathcal{Q}_{\mathcal{D}}$  et  $\langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}}$  avec un champ scalaire :

## Définition du morphon

$$-\frac{1}{8\pi G} \mathcal{Q}_{\mathcal{D}} = \epsilon \dot{\Phi}_{\mathcal{D}}^2 - U(\Phi_{\mathcal{D}}); \quad -\frac{1}{8\pi G} \langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}} = 3U(\Phi_{\mathcal{D}}).$$

Alors les équations moyennées deviennent :

$$\begin{aligned} \left( \frac{\dot{a}_{\mathcal{D}}}{a_{\mathcal{D}}} \right)^2 &= \frac{8\pi G}{3} \left( \langle \rho \rangle_{\mathcal{D}} + \frac{\epsilon}{2} \dot{\Phi}_{\mathcal{D}}^2 + U(\Phi_{\mathcal{D}}) \right) \\ \frac{\ddot{a}_{\mathcal{D}}}{a_{\mathcal{D}}} &= -\frac{4\pi G}{3} \left( \langle \rho \rangle_{\mathcal{D}} + 2\epsilon \dot{\Phi}_{\mathcal{D}}^2 - 2U(\Phi_{\mathcal{D}}) \right) \\ \ddot{\Phi}_{\mathcal{D}} + 3 \frac{\dot{a}_{\mathcal{D}}}{a_{\mathcal{D}}} \dot{\Phi}_{\mathcal{D}} + \epsilon \frac{\partial U(\Phi_{\mathcal{D}})}{\partial \Phi_{\mathcal{D}}} &= 0 \end{aligned}$$

# Le morphon

Identification formelle de  $\mathcal{Q}_{\mathcal{D}}$  et  $\langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}}$  avec un champ scalaire :

## Définition du morphon

$$-\frac{1}{8\pi G} \mathcal{Q}_{\mathcal{D}} = \epsilon \dot{\Phi}_{\mathcal{D}}^2 - U(\Phi_{\mathcal{D}}); \quad -\frac{1}{8\pi G} \langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}} = 3U(\Phi_{\mathcal{D}}).$$

Alors les équations moyennées deviennent :

$$\begin{aligned} \left( \frac{\dot{a}_{\mathcal{D}}}{a_{\mathcal{D}}} \right)^2 &= \frac{8\pi G}{3} \left( \langle \rho \rangle_{\mathcal{D}} + \frac{\epsilon}{2} \dot{\Phi}_{\mathcal{D}}^2 + U(\Phi_{\mathcal{D}}) \right) \\ \frac{\ddot{a}_{\mathcal{D}}}{a_{\mathcal{D}}} &= -\frac{4\pi G}{3} \left( \langle \rho \rangle_{\mathcal{D}} + 2\epsilon \dot{\Phi}_{\mathcal{D}}^2 - 2U(\Phi_{\mathcal{D}}) \right) \\ \ddot{\Phi}_{\mathcal{D}} + 3 \frac{\dot{a}_{\mathcal{D}}}{a_{\mathcal{D}}} \dot{\Phi}_{\mathcal{D}} + \epsilon \frac{\partial U(\Phi_{\mathcal{D}})}{\partial \Phi_{\mathcal{D}}} &= 0 \end{aligned}$$

Une interprétation de l'Univers réel dans un cadre homogène conduit naturellement à l'émergence d'un champ scalaire comme source de la dynamique

Toute contrainte sur les champs scalaires friedmanniens est une information sur les fluctuations moyennes et leur couplage à la 3-courbure moyenne.

# Un exemple de contraintes : l'équation d'état

Principale caractéristique observationnelle de l'énergie sombre :

$$w_{\mathcal{D}} = \frac{\epsilon \dot{\Phi}_{\mathcal{D}}^2 - 2U(\Phi_{\mathcal{D}})}{\epsilon \dot{\Phi}_{\mathcal{D}}^2 + 2U(\Phi_{\mathcal{D}})}$$

# Un exemple de contraintes : l'équation d'état

Principale caractéristique observationnelle de l'énergie sombre :

$$w_{\mathcal{D}} = \frac{\epsilon \dot{\Phi}_{\mathcal{D}}^2 - 2U(\Phi_{\mathcal{D}})}{\epsilon \dot{\Phi}_{\mathcal{D}}^2 + 2U(\Phi_{\mathcal{D}})}$$

Reliée au taux de conversion entre  $Q_{\mathcal{D}}$  et  $\langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}}$  :

$$r = \frac{Q_{\mathcal{D}}}{\langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}}} = \frac{1}{3} \frac{1 + 3w_{\mathcal{D}}}{1 - w_{\mathcal{D}}}$$

En utilisant la correspondance et l'équation de couplage :

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}}(a_{\mathcal{D}}) &= \mathcal{R}_{\mathcal{D}i} \frac{1 - w_{\mathcal{D}}(a_{\mathcal{D}})}{1 - w_{\mathcal{D}}(1)} a_{\mathcal{D}}^{-3} \exp \left( -3 \int_1^{a_{\mathcal{D}}} \frac{w_{\mathcal{D}}(a')}{a'} da' \right) \\ Q_{\mathcal{D}}(a_{\mathcal{D}}) &= \frac{\mathcal{R}_{\mathcal{D}i}}{3} \frac{1 + 3w_{\mathcal{D}}(a_{\mathcal{D}})}{1 - w_{\mathcal{D}}(1)} a_{\mathcal{D}}^{-3} \exp \left( -3 \int_1^{a_{\mathcal{D}}} \frac{w_{\mathcal{D}}(a')}{a'} da' \right) \end{aligned}$$

# Plan

- 1 L'Univers observé et le modèle standard
- 2 Construction d'un modèle homogène
- 3 Description de champ moyen : le morphon
- 4 Une classe de solutions au problème de backreaction**
- 5 Conclusion et perspectives

# Les solutions en lois de puissance

$$\langle \rho \rangle_{\mathcal{D}} = \langle \rho \rangle_{\mathcal{D}_i} a_{\mathcal{D}}^{-3}; \quad \mathcal{Q}_{\mathcal{D}} = \mathcal{Q}_{\mathcal{D}_i} a_{\mathcal{D}}^n \quad \text{et} \quad \langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}} = \mathcal{R}_{\mathcal{D}_i} a_{\mathcal{D}}^p.$$

2 types de solutions :

- $n \neq p$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_{\mathcal{D}} &= \mathcal{Q}_{\mathcal{D}_i} a_{\mathcal{D}}^{-6} \\ \langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}} &= \mathcal{R}_{\mathcal{D}_i} a_{\mathcal{D}}^{-2} \end{aligned}$$

Les fluctuations et la 3-courbure moyennes sont découplées.

**Univers quasi-friedmannien** :  $\Omega_{\mathcal{R}}^{\mathcal{D}} + \Omega_{\mathcal{Q}}^{\mathcal{D}} \sim \Omega_k^{\mathcal{D}}$  lorsque  $a_{\mathcal{D}} \rightarrow +\infty$ .

- $n = p$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_{\mathcal{D}} &= r \langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}} = r \mathcal{R}_{\mathcal{D}_i} a_{\mathcal{D}}^n \\ n &= -2(1 + 3r)/(1 + r), \quad r \neq -1 \end{aligned}$$

$$r = \frac{1}{3} \frac{1+3w_{\mathcal{D}}}{1-w_{\mathcal{D}}} = \text{cst}$$

Couplage fort entre les fluctuations et la 3-courbure moyennes.

**Effet de Relativité Générale pur.**

# Reconstruction du champ scalaire associé

A partir de la correspondance :

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_{\mathcal{D}}^2 &= -\epsilon \frac{\mathcal{R}_{\mathcal{D}_i}}{8\pi G} \left( r + \frac{1}{3} \right) a_{\mathcal{D}}^n \\ U(\Phi_{\mathcal{D}}) &= -\frac{\mathcal{R}_{\mathcal{D}_i}}{24\pi G} a_{\mathcal{D}}^n\end{aligned}$$

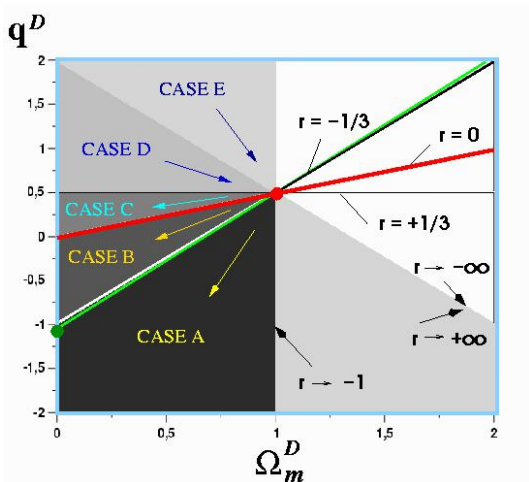
Donc :

$$U(\Phi_{\mathcal{D}}) = \alpha(r, \mathcal{R}_{\mathcal{D}_i}, \langle \varrho \rangle_{\mathcal{D}_i}) \sinh^{-4 \frac{1+3r}{1-3r}} \left( \beta(r, \mathcal{R}_{\mathcal{D}_i}, \langle \varrho \rangle_{\mathcal{D}_i}) \frac{\Phi_{\mathcal{D}}}{G} \right)$$

(Sahni & al, JETP Lett., 2003 ; Sahni & al, Int. J. Mod. Phys., 2000, Copeland & al, hep-th/0603057)

- Les constantes du modèle sont fixées par les grandeurs moyennées
- L'échelle d'énergie du potentiel dépend naturellement du contenu matériel : plus de problème de coïncidence.
- équation d'état constante :  $w_{\Phi}^{\mathcal{D}} = -\frac{1}{3} \frac{1-3r}{1+r}$ .

## L'espace des solutions



- modèle d'Einstein-de Sitter standard : point-selle.
- Attracteurs :  $(0, q^D < 0.5)$ .

# Propriétés des solutions

- 7 classes de modèles de champs scalaires (phantom DE, quintessence, constante cosmologique dépendante de l'échelle...) **suivant le signe de la 3-courbure moyenne et la valeur de  $r$ .**

## Lien entre la DE et les fluctuations

- Quintessence : décroissance faible des fluctuations cinématiques moyennes
- Constante cosmologique : Fluctuations cinématiques moyennes constantes
- Phantom DE : accroissement des fluctuations cinématiques moyennes.
- L'accélération est possible seulement si l'énergie stockée dans la 3-courbure moyenne est transférée aux fluctuations moyennes.
- Solution réaliste : phantom puis quintessence ou constante cosmologique  
Accélération temporaire ?

# Une analogie avec le “viriel” :

Pour le morphon, on peut définir :

$$E_{kin}^{\mathcal{D}} = \frac{\epsilon \dot{\Phi}_{\mathcal{D}}^2 V_{\mathcal{D}}}{2} ; E_{pot}^{\mathcal{D}} = -U_{\mathcal{D}} V_{\mathcal{D}}$$

Alors :

$$\frac{2E_{kin}^{\mathcal{D}}}{E_{pot}^{\mathcal{D}}} = -1 - \frac{3Q_{\mathcal{D}}}{\langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}}} = -(1 + 3r)$$

Condition du “viriel” satisfaite ssi absence de backreaction (Friedmann) :  
backreaction=état “hors équilibre”

Accélération ssi  $2E_{kin}^{\mathcal{D}} > E_{pot}^{\mathcal{D}}$

# Plan

- 1 L'Univers observé et le modèle standard
- 2 Construction d'un modèle homogène
- 3 Description de champ moyen : le morphon
- 4 Une classe de solutions au problème de backreaction
- 5 Conclusion et perspectives

# Conclusion et perspectives

## Conclusion

- Cosmologie de Friedmann : un modèle homogène très particulier.
- Une origine physique de l'énergie sombre : elle apparaît comme un effet de champ moyen lorsque les observations sont analysées dans un modèle homogène à grande échelle.
- La correspondance permet de contraindre  $(Q_D, \langle \mathcal{R} \rangle_D)$  à l'aide des contraintes friedmanniennes.

# Conclusion et perspectives

## Conclusion

- Cosmologie de Friedmann : un modèle homogène très particulier.
- Une origine physique de l'énergie sombre : elle apparaît comme un effet de champ moyen lorsque les observations sont analysées dans un modèle homogène à grande échelle.
- La correspondance permet de contraindre  $(Q_{\mathcal{D}}, \langle \mathcal{R} \rangle_{\mathcal{D}})$  à l'aide des contraintes friedmanniennes.

## Perspectives

- Modèles simples d'Univers avec des vides et des surdensités : contraintes sur l'amplitude des fluctuations nécessaires.
- Méthodes non-perturbatives (Zeldovich relativiste...)
- Traitement complet de la construction d'un modèle homogène : Ricci-Hamilton flow
- Extension à un fluide relativiste ( $p \neq 0$ )
- Applications à des scénarios inflationnaires