

# Trous noirs et ondes gravitationnelles

Éric Gourgoulhon

Laboratoire Univers et Théories (LUTH)  
CNRS / Observatoire de Paris / Université Paris Diderot  
92190 Meudon, France

<http://luth.obspm.fr/~luthier/gourgoulhon/>

**Société Astronomique de France**

Paris

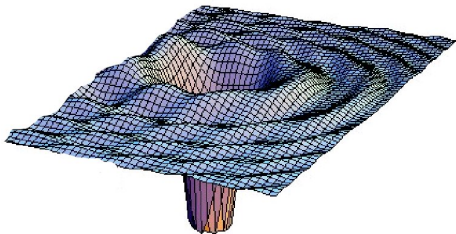
10 février 2016

- 1 Introduction
- 2 L'espace-temps relativiste
- 3 Les trous noirs
- 4 Les ondes gravitationnelles
- 5 Coalescence d'un système binaire de trous noirs

# Outline

- 1 Introduction
- 2 L'espace-temps relativiste
- 3 Les trous noirs
- 4 Les ondes gravitationnelles
- 5 Coalescence d'un système binaire de trous noirs

# Trous noirs et ondes gravitationnelles : des distorsions de l'espace-temps



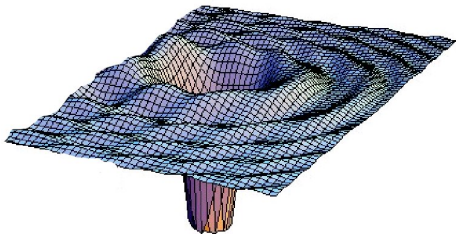
Lien intime entre les trous noirs et les ondes gravitationnelles :

Les trous noirs et les ondes gravitationnelles sont tous deux des **distorsions de l'espace-temps** :

- distorsions extrêmes (trous noirs)
- distorsions minimales (ondes gravitationnelles)

En particulier, trous noirs et ondes gravitationnelles n'ont pas besoin de matière pour exister : ce sont des **solutions du vide** des équations de la Relativité Générale (équations d'Einstein)

# Trous noirs et ondes gravitationnelles : des distorsions de l'espace-temps



Lien intime entre les trous noirs et les ondes gravitationnelles :

Les trous noirs et les ondes gravitationnelles sont tous deux des **distorsions de l'espace-temps** :

- distorsions extrêmes (trous noirs)
- distorsions minimales (ondes gravitationnelles)

En particulier, trous noirs et ondes gravitationnelles n'ont pas besoin de matière pour exister : ce sont des **solutions du vide** des équations de la Relativité Générale (équations d'Einstein)

Mais à propos, qu'est-ce que l'espace-temps ?

# Outline

- 1 Introduction
- 2 L'espace-temps relativiste**
- 3 Les trous noirs
- 4 Les ondes gravitationnelles
- 5 Coalescence d'un système binaire de trous noirs

# Qu'est-ce que *l'espace-temps*?

Nous vivons dans un espace à *trois dimensions* :

- devant / derrière,
- gauche / droite,
- haut / bas

⇒ 3 nombres  $(x, y, z)$  (*coordonnées*) pour décrire la position d'un point dans l'espace.

# Qu'est-ce que *l'espace-temps*?

Nous vivons dans un espace à *trois dimensions* :

- devant / derrière,
- gauche / droite,
- haut / bas

⇒ 3 nombres  $(x, y, z)$  (*coordonnées*) pour décrire la position d'un point dans l'espace.

Le temps ne possède qu'*une seule dimension* : passé / futur

⇒ 1 seul nombre  $t$  (*date*) pour localiser un événement dans le temps.



# Qu'est-ce que *l'espace-temps* ?

Nous vivons dans un espace à *trois dimensions* :

- devant / derrière,
- gauche / droite,
- haut / bas

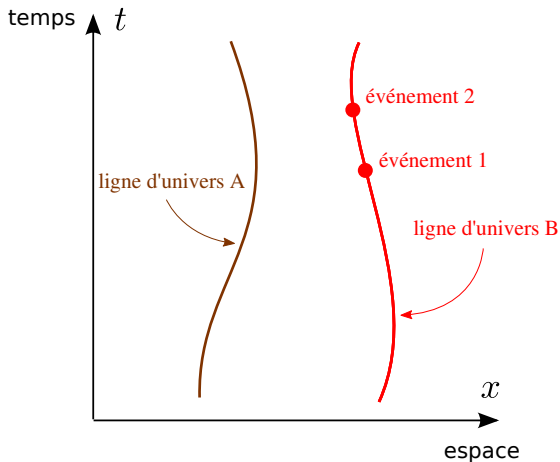
⇒ 3 nombres  $(x, y, z)$  (*coordonnées*) pour décrire la position d'un point dans l'espace.

Le temps ne possède qu'*une seule dimension* : passé / futur

⇒ 1 seul nombre  $t$  (*date*) pour localiser un événement dans le temps.

Pourquoi unifier l'espace et le temps ?

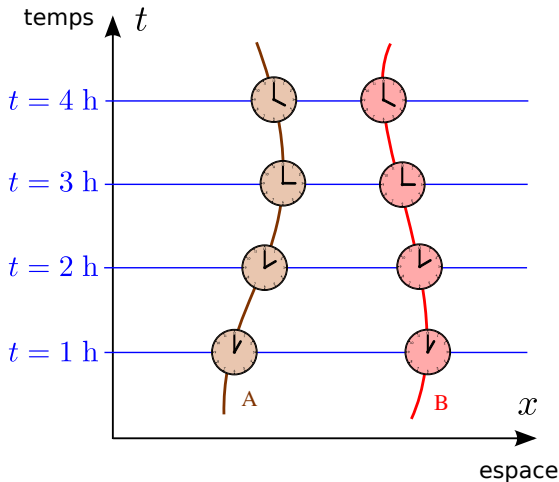
# Union mathématique de l'espace et du temps



## Diagramme d'espace-temps

- Dans l'espace :  
→ une particule est représentée par un **point**
- Dans l'espace-temps :  
→ une particule est représentée par une **ligne continue**, appelée **ligne d'univers**  
→ un **événement** correspond à un **point**

# L'espace-temps newtonien



L'espace-temps newtonien est doté d'une structure universelle :

**temps absolu  $t$**

*"Le temps absolu, vrai et mathématique, sans relation à rien d'extérieur, coule uniformément, et s'appelle durée."*



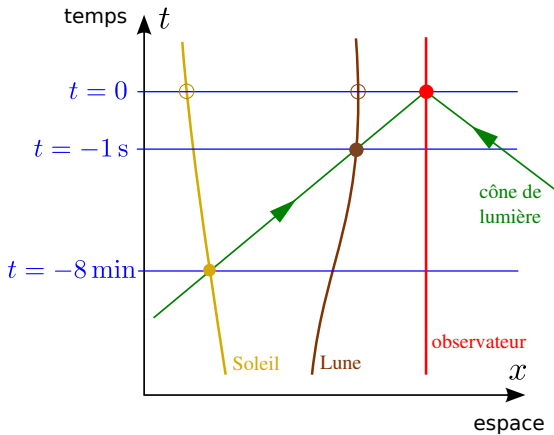
Isaac Newton,  
*Principia Mathematica*  
(1687)

Tous les observateurs mesurent le même temps

Description mathématique :

$$\mathcal{E} = \mathbb{R}^4 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$$

# Mélanger le temps et l'espace a-t-il un sens physique ?



Percevons-nous l'espace absolu au temps  $t = 0$  ?

Non : nous ne voyons que le **cône de lumière passé**

Ainsi, même dans le cadre newtonien, en admettant une vitesse finie de propagation de la lumière, **nous ne percevons pas l'espace indépendamment du temps.**

# L'espace-temps relativiste

- 1898 : Henri Poincaré fait remarquer la notion de **simultanéité** de deux événements n'est pas donnée a priori

# L'espace-temps relativiste

- 1898 : Henri Poincaré fait remarquer la notion de **simultanéité** de deux événements n'est pas donnée a priori
- 1905 : Albert Einstein élabore la **relativité restreinte** pour décrire "*l'électrodynamique des corps en mouvements*"

# L'espace-temps relativiste

- 1898 : Henri Poincaré fait remarquer la notion de **simultanéité** de deux événements n'est pas donnée a priori
- 1905 : Albert Einstein élabore la **relativité restreinte** pour décrire *"l'électrodynamique des corps en mouvements"*
- 1905 : Henri Poincaré introduit des concepts **quadridimensionnels** pour la cinématique relativiste

# L'espace-temps relativiste

- 1898 : Henri Poincaré fait remarquer la notion de **simultanéité** de deux événements n'est pas donnée a priori
- 1905 : Albert Einstein élabore la **relativité restreinte** pour décrire *"l'électrodynamique des corps en mouvements"*
- 1905 : Henri Poincaré introduit des concepts **quadridimensionnels** pour la cinématique relativiste
- 1908 : Hermann Minkowski développe le concept d'**espace-temps** : *"L'espace indépendant du temps, le temps indépendant de l'espace ne sont plus que des ombres vaines ; une sorte d'union des deux doit seule subsister encore."*

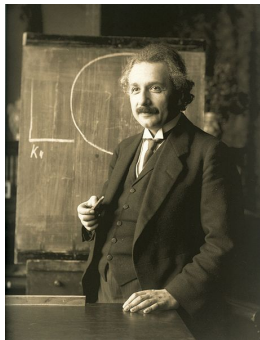


# L'espace-temps relativiste

- 1915 : Albert Einstein incorpore la gravitation dans la relativité, en construisant la **relativité générale** sur le concept d'espace-temps courbe.

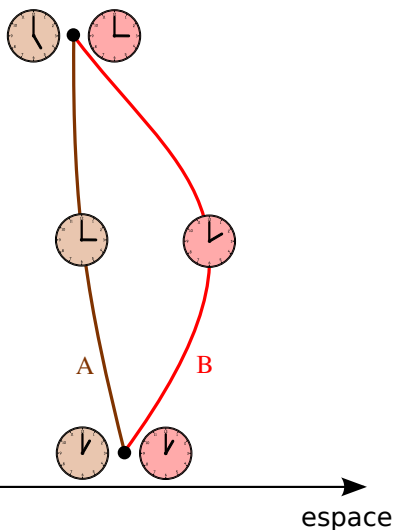
$$R - \frac{1}{2}Rg = \frac{8\pi G}{c^4} T$$

La relativité générale décrit la gravitation comme la **courbure de l'espace-temps**



## L'espace-temps relativiste

temps



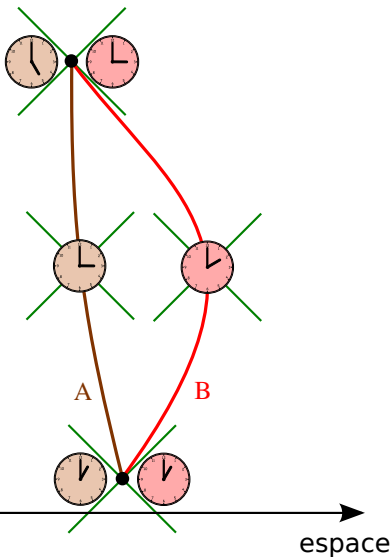
Il n'y a plus de temps absolu :  
chaque observateur mesure son  
temps propre

relativité du temps

⇒ paradoxe des jumeaux  
(voyageur de Langevin)

## L'espace-temps relativiste

temps



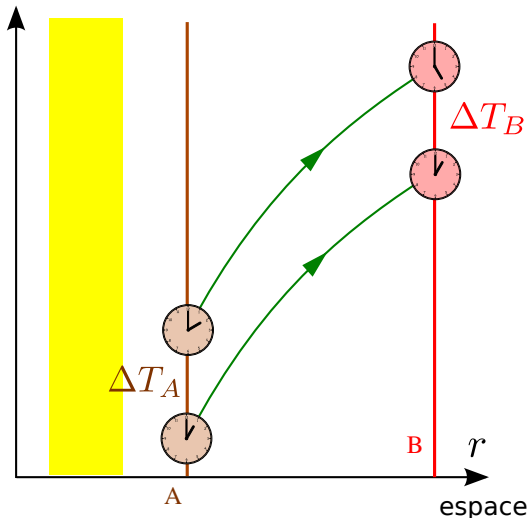
Il reste une structure absolue :  
les **cônes de lumière**

Description mathématique :

- relativité restreinte :  
 $\mathcal{E} = \mathbb{R}^4$  (espace affine)
- relativité générale :  
 $\mathcal{E}$  : variété de dimension 4

## Dilatation des temps gravitationnelle

temps



Dilatation apparente des temps  
au voisinage d'un corps massif

Si  $B$  est loin :

$$\frac{\Delta T_A}{\Delta T_B} = \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r_A}}$$

pour des corps peu relativistes  
(Terre, Soleil) :

$$\frac{\Delta T_A}{\Delta T_B} \simeq 1 - \frac{GM}{c^2 r_A}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

# Le paramètre de relativité : la compacité

**Compacité** d'un corps de masse  $M$  et de rayon  $R$  :

$$c = \frac{GM}{c^2 R} = \frac{1}{2} \left( \frac{V_{\text{lib}}}{c} \right)^2$$

$V_{\text{lib}}$  : vitesse de libération à la surface de l'objet

# Le paramètre de relativité : la compacité

**Compacité** d'un corps de masse  $M$  et de rayon  $R$  :

$$c = \frac{GM}{c^2 R} = \frac{1}{2} \left( \frac{V_{\text{lib}}}{c} \right)^2$$

$V_{\text{lib}}$  : vitesse de libération à la surface de l'objet

NB : compacité  $\neq$  densité  $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

# Le paramètre de relativité : la compacité

**Compacité** d'un corps de masse  $M$  et de rayon  $R$  :

$$c = \frac{GM}{c^2 R} = \frac{1}{2} \left( \frac{V_{\text{lib}}}{c} \right)^2$$

$V_{\text{lib}}$  : vitesse de libération à la surface de l'objet

NB : compacité  $\neq$  densité  $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

	proton	Terre	Soleil	naine blanche	ét. à neutrons	trou noir
$\rho$ [kg m <sup>-3</sup> ]	$2 \cdot 10^{17}$	$5 \cdot 10^3$	$10^3$	$10^{10}$	$10^{17}$	0
$c$	$10^{-39}$	$10^{-10}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$	0.2	0.5

# Le paramètre de relativité : la compacité

**Compacité** d'un corps de masse  $M$  et de rayon  $R$  :

$$c = \frac{GM}{c^2 R} = \frac{1}{2} \left( \frac{V_{\text{lib}}}{c} \right)^2$$

$V_{\text{lib}}$  : vitesse de libération à la surface de l'objet

NB : compacité  $\neq$  densité  $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

	proton	Terre	Soleil	naine blanche	ét. à neutrons	trou noir
$\rho$ [kg m <sup>-3</sup> ]	$2 \cdot 10^{17}$	$5 \cdot 10^3$	$10^3$	$10^{10}$	$10^{17}$	0
$c$	$10^{-39}$	$10^{-10}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$	0.2	0.5

Critère d' "emprisonnement" de la lumière :  $\frac{V_{\text{lib}}}{c} > 1 \iff c > \frac{1}{2}$

Ce n'est pas parce qu'il est dense qu'un objet est relativiste, mais parce qu'il est **compact**.



# La gravitation a une influence sur le temps ?

La théorie newtonienne dit *non*, la relativité générale dit *oui*...

# La gravitation a une influence sur le temps ?

La théorie newtonienne dit *non*, la relativité générale dit *oui*...



## Expérience de Hafele et Keating (1971)

Dans le champ gravitationnel de la Terre :

Une horloge atomique à 9 km d'altitude (avion) pendant 48 h a vieilli de 0,15 microseconde de plus qu'une horloge atomique identique restée au sol.

# La gravitation a une influence sur le temps ?

La théorie newtonienne dit *non*, la relativité générale dit *oui*...



## Expérience de Hafele et Keating (1971)

Dans le champ gravitationnel de la Terre :

Une horloge atomique à 9 km d'altitude (avion) pendant 48 h a vieilli de 0,15 microseconde de plus qu'une horloge atomique identique restée au sol.

**C'est la relativité générale qui a raison !**

# La gravitation a une influence sur le temps ?

La théorie newtonienne dit *non*, la relativité générale dit *oui*...



## Expérience de Hafele et Keating (1971)

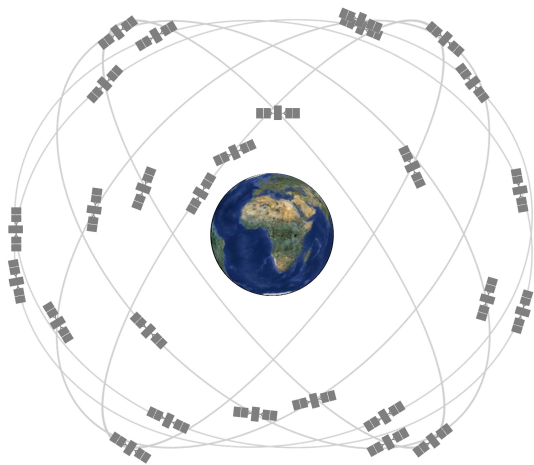
Dans le champ gravitationnel de la Terre :

Une horloge atomique à 9 km d'altitude (avion) pendant 48 h a vieilli de 0,15 microseconde de plus qu'une horloge atomique identique restée au sol.

**C'est la relativité générale qui a raison !**

Aujourd'hui le décalage temporel gravitationnel est mesuré en laboratoire à l'aide d'**horloges atomiques optiques** pour des différences d'altitude aussi petites que 30 cm !

# Le GPS doit tenir compte de la distorsion temporelle !



[gps.gov]

Altitude  $h = 2 \times 10^4$  km

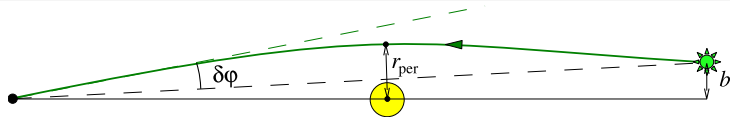
Relat. gen.  $\Rightarrow \delta t/t = 5 \times 10^{-10}$

En un jour, la dérive atteint

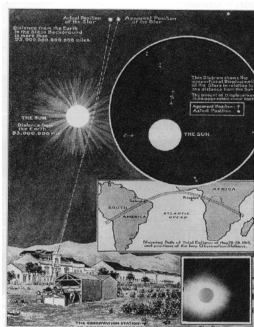
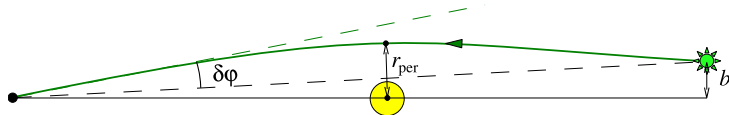
$\delta t = 46 \mu\text{s}$

ce qui correspondrait à une  
erreur de positionnement de  
28 km si aucune correction  
n'était appliquée !

# Un autre effet de la gravitation : la déviation des rayons lumineux

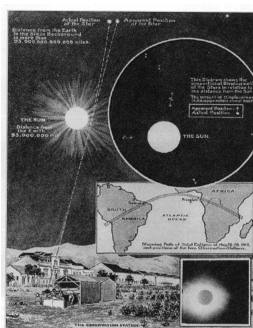
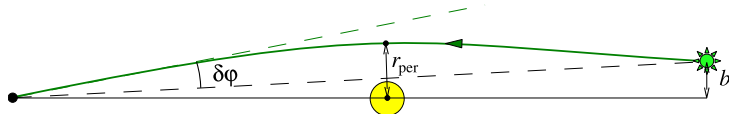


# Un autre effet de la gravitation : la déviation des rayons lumineux



Éclipse de Soleil de 1919  
(observée par A. Eddington)

# Un autre effet de la gravitation : la déviation des rayons lumineux



Éclipse de Soleil de 1919  
(observée par A. Eddington)



[HST (Nasa/ESA/STSCI)]

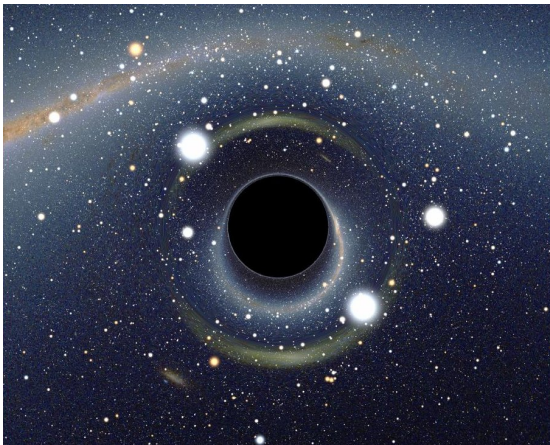
Mirage gravitationnel



# Outline

- 1 Introduction
- 2 L'espace-temps relativiste
- 3 Les trous noirs**
- 4 Les ondes gravitationnelles
- 5 Coalescence d'un système binaire de trous noirs

# Qu'est-ce qu'un trou noir ?



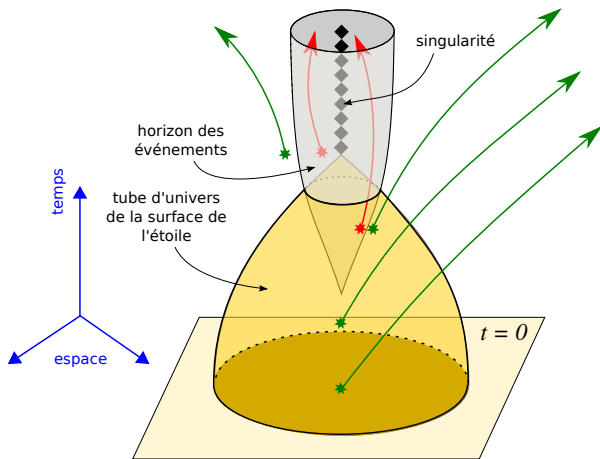
[Alain Riazuelo, 2007]

Une définition en quelques mots :

Un **trou noir** est une région de l'espace-temps d'où rien, pas même la lumière, ne peut s'échapper.

La frontière (immatérielle) entre l'intérieur du trou noir et le reste de l'Univers est appelée **horizon des événements**.

## Espace-temps avec trou noir



**Diagramme d'espace-temps** représentant la formation d'un trou noir par effondrement gravitationnel du cœur d'une étoile massive (phénomène de *supernova*)

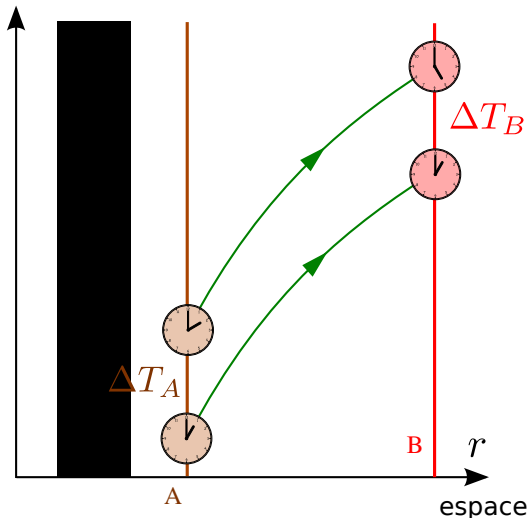
**singularité** : courbure  $\rightarrow \infty$

# La singularité centrale

- La singularité centrale est une **singularité de courbure** : la courbure de l'espace-temps diverge (tend vers l'infini) à cet endroit.
- La **singularité centrale marque la limite du domaine d'applicabilité de la relativité générale** : pour la décrire, il faudrait utiliser une théorie plus "fine", sans doute une théorie quantique de la gravitation (pistes actuellement explorées : *théorie des cordes* et *gravité quantique à boucles*).
- La **singularité centrale est inaccessible à l'observation** : elle est cachée sous l'horizon des événements.

## Dilatation des temps au voisinage d'un trou noir

temps



Un observateur éloigné voit un explorateur proche du trou noir vieillir beaucoup moins vite que lui :  $\Delta T_A \ll \Delta T_B$

Si l'explorateur décide de franchir l'horizon, l'observateur éloigné le verra "se figer" tout près de l'horizon et ne jamais le traverser. Par contre, du point de vue de l'explorateur, l'horizon est franchi sans encombre en un temps fini.

# Quelques propriétés des trous noirs (1/3)

- **Un trou noir n'est pas un "aspirateur universel"** : au delà d'une certaine distance (de l'ordre de grandeur de la taille de l'horizon), la matière peut tout à fait rester en orbite stable autour du trou noir.

# Quelques propriétés des trous noirs (1/3)

- **Un trou noir n'est pas un "aspirateur universel"** : au delà d'une certaine distance (de l'ordre de grandeur de la taille de l'horizon), la matière peut tout à fait rester en orbite stable autour du trou noir.
- **Un trou noir n'est pas un "objet extrêmement dense"** : au contraire, il est fait de **vide** (l'horizon est une frontière immatérielle), sauf peut-être en son centre (*singularité*). Si l'on définit une "densité moyenne" par  $\bar{\rho} = M/(4/3\pi R^3)$ , alors

# Quelques propriétés des trous noirs (1/3)

- **Un trou noir n'est pas un "aspirateur universel"** : au delà d'une certaine distance (de l'ordre de grandeur de la taille de l'horizon), la matière peut tout à fait rester en orbite stable autour du trou noir.
- **Un trou noir n'est pas un "objet extrêmement dense"** : au contraire, il est fait de **vide** (l'horizon est une frontière immatérielle), sauf peut-être en son centre (*singularité*). Si l'on définit une "densité moyenne" par  $\bar{\rho} = M/(4/3\pi R^3)$ , alors
  - pour le trou noir au centre de notre galaxie (Sgr A\*) :  $\bar{\rho} \sim 10^6 \text{ kg m}^{-3} = 2 \cdot 10^{-4} \times$  la densité d'une naine blanche



# Quelques propriétés des trous noirs (1/3)

- **Un trou noir n'est pas un "aspirateur universel"** : au delà d'une certaine distance (de l'ordre de grandeur de la taille de l'horizon), la matière peut tout à fait rester en orbite stable autour du trou noir.
- **Un trou noir n'est pas un "objet extrêmement dense"** : au contraire, il est fait de **vide** (l'horizon est une frontière immatérielle), sauf peut-être en son centre (*singularité*). Si l'on définit une "densité moyenne" par  $\bar{\rho} = M/(4/3\pi R^3)$ , alors
  - pour le trou noir au centre de notre galaxie (Sgr A\*) :  $\bar{\rho} \sim 10^6 \text{ kg m}^{-3} = 2 \cdot 10^{-4} \times$  la densité d'une naine blanche
  - pour le trou noir au centre de la galaxie M87 :  $\bar{\rho} \sim 2 \text{ kg m}^{-3} = 1/500^{\text{e}}$  de la densité de l'eau !

# Quelques propriétés des trous noirs (1/3)

- **Un trou noir n'est pas un "aspirateur universel"** : au delà d'une certaine distance (de l'ordre de grandeur de la taille de l'horizon), la matière peut tout à fait rester en orbite stable autour du trou noir.
- **Un trou noir n'est pas un "objet extrêmement dense"** : au contraire, il est fait de **vide** (l'horizon est une frontière immatérielle), sauf peut-être en son centre (*singularité*). Si l'on définit une "densité moyenne" par  $\bar{\rho} = M/(4/3\pi R^3)$ , alors
  - pour le trou noir au centre de notre galaxie (Sgr A\*) :  $\bar{\rho} \sim 10^6 \text{ kg m}^{-3} = 2 \cdot 10^{-4} \times$  la densité d'une naine blanche
  - pour le trou noir au centre de la galaxie M87 :  $\bar{\rho} \sim 2 \text{ kg m}^{-3} = 1/500^{\text{e}}$  de la densité de l'eau !
- **On peut, en théorie, former un trou noir dans un univers vide de toute matière** : par effondrement d'un paquet d'ondes d'espace-temps (*les ondes gravitationnelles*).

# Quelques propriétés des trous noirs (2/3)

## Théorème d'unicité (absence de chevelure)

Dorochkevitch, Novikov & Zeldovitch (1965), Israel (1967), Carter (1971), Hawking (1972)

Dans le cadre de la relativité générale et en 4 dimensions, un trou noir stationnaire est entièrement décrit par seulement deux nombres<sup>a</sup> :

- sa masse  $M$
- son moment cinétique  $J$  (mesure l'état de rotation)

---

a. La solution mathématique des équations d'Einstein correspondante s'appelle la **solution de Kerr** (1963) ; pour  $J = 0$ , elle se réduit à la **solution de Schwarzschild** (1916)

# Quelques propriétés des trous noirs (2/3)

## Théorème d'unicité (absence de chevelure)

Dorochkevitch, Novikov & Zeldovitch (1965), Israel (1967), Carter (1971), Hawking (1972)

Dans le cadre de la relativité générale et en 4 dimensions, un trou noir stationnaire est entièrement décrit par seulement deux nombres<sup>a</sup> :

- sa masse  $M$
- son moment cinétique  $J$  (mesure l'état de rotation)

---

a. La solution mathématique des équations d'Einstein correspondante s'appelle la **solution de Kerr** (1963) ; pour  $J = 0$ , elle se réduit à la **solution de Schwarzschild** (1916)

⇒ Un trou noir est un objet extrêmement régulier :  
il "*n'a pas de cheveux*" (John A. Wheeler)

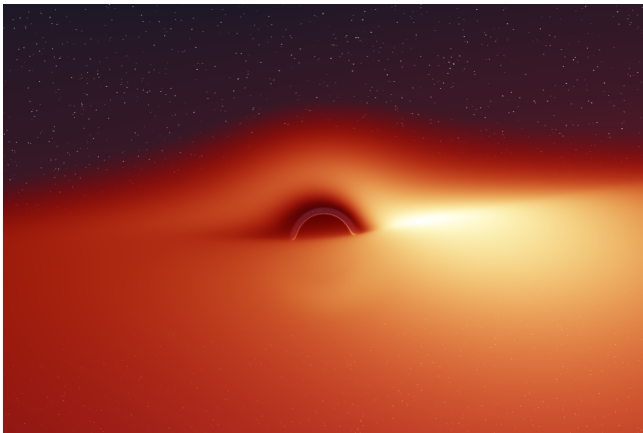
# Quelques propriétés des trous noirs (3/3)

- La **masse d'un trou noir** n'est pas une mesure de la "quantité de matière" à l'intérieur du trou noir, mais un paramètre  $M$  qui caractérise son champ de gravitation externe. Elle est mesurable à partir de la période orbitale d'un corps d'épreuve en orbite circulaire à grande distance autour du trou noir.
- Le **moment cinétique**  $J$  est également une quantité mesurable, par la précession d'un gyroscope embarqué dans un satellite en orbite autour du trou noir.
- Le **rayon d'un trou noir** n'est pas un concept bien défini ; en aucun cas, il ne correspond à la distance entre le "centre" du trou noir (la singularité) et l'horizon. Il vaut mieux le définir à partir de l'aire  $A$  de l'horizon. Pour un trou noir statique,  $R = \sqrt{A/4\pi}$ . Le rayon ainsi défini est proportionnel à la masse :  $R = \frac{2GM}{c^2} \simeq 3 \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right) \text{ km}$

# Le trou noir : une source d'énergie formidable !

Libération d'énergie potentielle gravitationnelle par **accrétion** sur un trou noir : jusqu'à 42% de l'énergie de masse  $mc^2$  de la matière accrétée !

NB : les réactions thermonucléaires libèrent moins de 1% de  $mc^2$



La matière qui tombe sur un trou noir forme un **disque d'accrétion** [Donald Lynden-Bell (1969), Nicolaï Shakura & Rachid Sunayev (1973)]

[J.-A. Marck (1996)]

# Les trous noirs dans le ciel

Il existe deux grandes catégories de trous noirs astrophysiques :

- les **trous noirs stellaires**, restes de supernovæ :

$$M \sim 10 \text{ à } 30 M_{\odot} \text{ et } R \sim 30 \text{ à } 90 \text{ km}$$

$$\text{exemple : Cyg X-1 : } M = 15 M_{\odot} \text{ et } R = 45 \text{ km}$$

- les **trous noirs supermassifs**, au centre des galaxies :

$$M \sim 10^5 \text{ à } 10^{10} M_{\odot} \text{ et } R \sim 3 \times 10^5 \text{ km à } 200 \text{ UA}^1$$

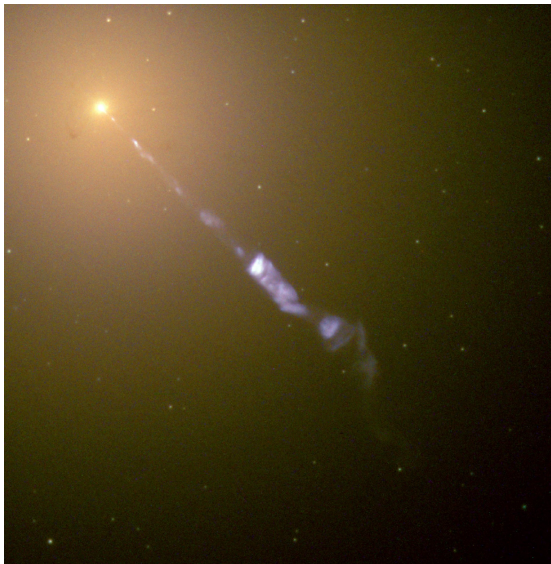
$$\text{exemple : Sgr A* : } M = 4,3 \times 10^6 M_{\odot} \text{ et}$$

$$R = 13 \times 10^6 \text{ km} = 18 R_{\odot} = 0,09 \text{ UA} = \frac{1}{4} \text{ rayon de l'orbite de Mercure}$$

---

1. UA = unité astronomique  $\simeq$  distance Terre-Soleil

# Les trous noirs au cœur des galaxies à noyau actif



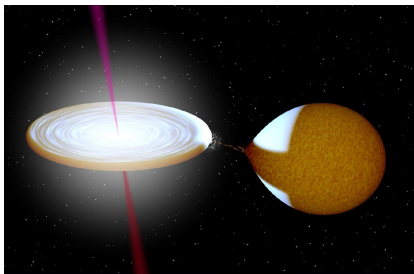
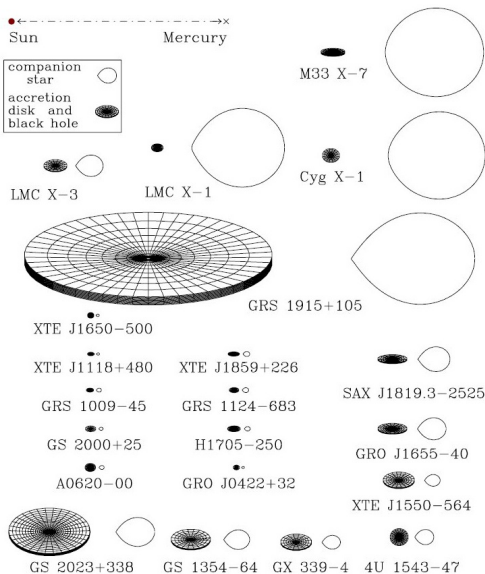
Jet émis par le noyau de la  
galaxie elliptique géante M87, au  
cœur de l'amas de la Vierge [HST]

$$M_{\text{t.n.}} = 3 \times 10^9 M_{\odot}$$

$$V_{\text{jet}} \simeq 0.99 c$$



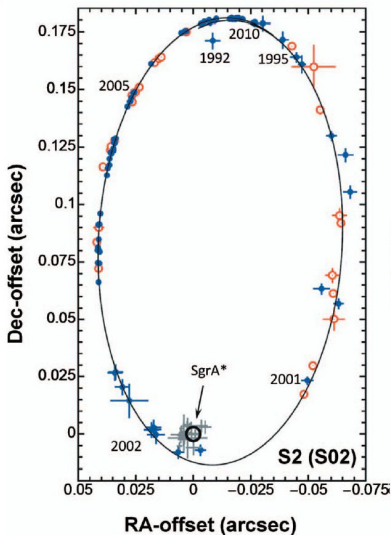
## Trous noirs dans les binaires X



Une vingtaine de trous noirs identifiés dans notre galaxie

[McClintock et al. (2011)]

## Le trou noir au cœur de notre galaxie : Sgr A\*



[ESO (2009)]

Détection via la dynamique stellaire :

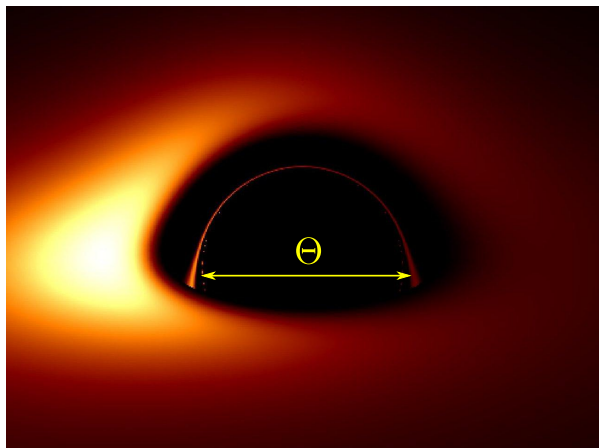
$$\Rightarrow M_{\text{t.n.}} = 4.3 \times 10^6 M_{\odot}$$

← Orbite de l'étoile S2 autour de Sgr A\* :

$$P = 16 \text{ ans}, \quad r_{\text{per}} = 120 \text{ UA} = 1400 R_{\text{S}}, \\ V_{\text{per}} = 0.02 c$$

[Genzel, Eisenhauer & Gillessen, RMP **82**, 3121 (2010)]

# Peut-on voir la silhouette des trous noirs ?



Simulation numérique (disque d'accrétion fin)

[Vincent, Paumard, Gourgoulhon & Perrin, CQG 28, 225011 (2011)]

Le plus gros trou noir en taille apparente sur le ciel :

**Sgr A\*** :  $\Theta = 53 \mu\text{as}$

Viennent ensuite

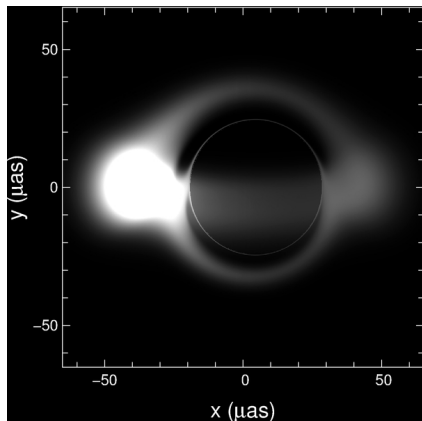
**M87** :  $\Theta = 21 \mu\text{as}$

**M31** :  $\Theta = 20 \mu\text{as}$

*Rem. 1* : Les trous noirs dans les binaires X sont  $\sim 10^5$  fois plus petits car  $\Theta \propto M/d$

*Rem. 2* : résolution angulaire du HST :  $\Theta_{\min} \sim 10^5 \mu\text{as}$  !

# Peut-on voir la silhouette des trous noirs ?



Simulation numérique (tore ionisé)

[Straub, Vincent, Abramowicz, Gourgoulhon & Paumard, *A&A* 543, A83 (2012)]

Le plus gros trou noir en taille apparente sur le ciel :

**Sgr A\*** :  $\Theta = 53 \mu\text{as}$

Viennent ensuite

**M87** :  $\Theta = 21 \mu\text{as}$

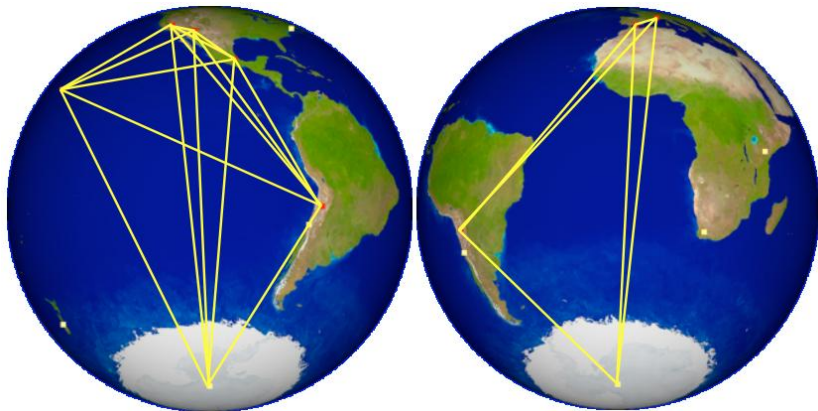
**M31** :  $\Theta = 20 \mu\text{as}$

*Rem. 1* : Les trous noirs dans les binaires X sont  $\sim 10^5$  fois plus petits car  $\Theta \propto M/d$

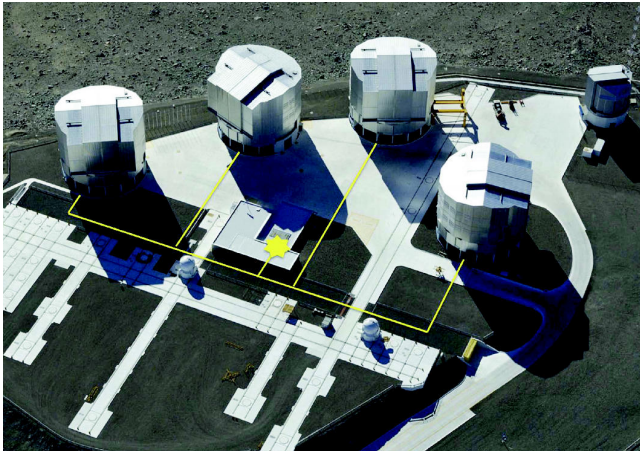
*Rem. 2* : résolution angulaire du HST :  $\Theta_{\min} \sim 10^5 \mu\text{as}$  !

# L'Event Horizon Telescope

Un télescope de taille planétaire !



# Interférométrie optique (infra-rouge)



[Gillessen et al. 2010]

## Instrument GRAVITY au VLT (2016)

Combiner les faisceaux des 4 télescopes de 8 m et de 4 télescopes auxiliaires

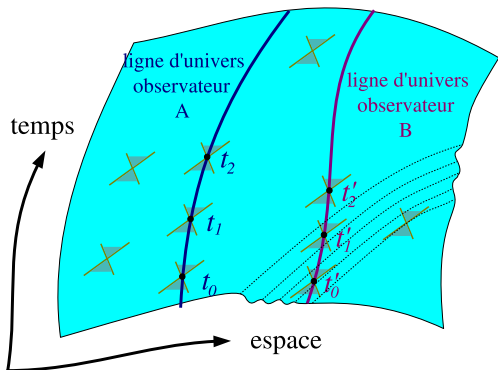
⇒ précision astrométrique de  $10 \mu\text{as}$

En cours d'installation !

# Outline

- 1 Introduction
- 2 L'espace-temps relativiste
- 3 Les trous noirs
- 4 Les ondes gravitationnelles**
- 5 Coalescence d'un système binaire de trous noirs

# Qu'est-ce qu'une onde gravitationnelle ?



Les **ondes gravitationnelles** sont des **vibrations de l'espace-temps**.

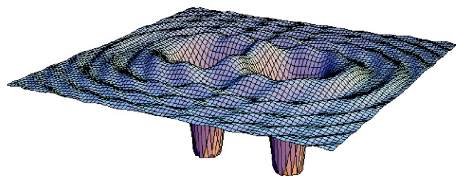
Elles ont été prédites par Albert Einstein en **1916**, dans le cadre de la **relativité générale**.



# Les ondes gravitationnelles

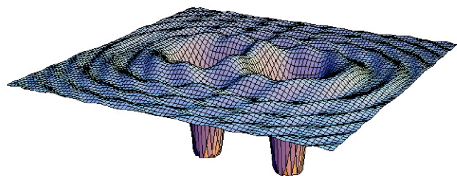
## Les **ondes gravitationnelles**

- traduisent la **dynamique** de l'espace-temps



Section spatiale à deux dimensions d'un espace-temps engendré par un système binaire de trous noirs

# Les ondes gravitationnelles

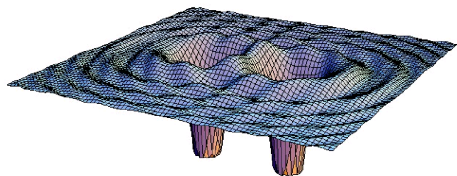


Section spatiale à deux dimensions d'un espace-temps engendré par un système binaire de trous noirs

## Les **ondes gravitationnelles**

- traduisent la **dynamique** de l'espace-temps
- sont engendrées par l'accélération de la matière

# Les ondes gravitationnelles

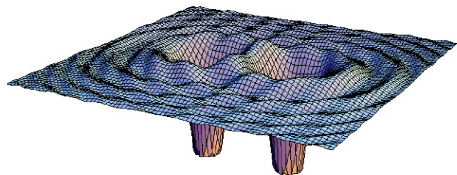


Section spatiale à deux dimensions d'un espace-temps engendré par un système binaire de trous noirs

## Les **ondes gravitationnelles**

- traduisent la **dynamique** de l'espace-temps
- sont engendrées par l'accélération de la matière
- loin des sources, se propagent à la vitesse de la lumière

# Les ondes gravitationnelles



Section spatiale à deux dimensions d'un espace-temps engendré par un système binaire de trous noirs

## Les **ondes gravitationnelles**

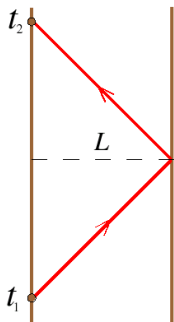
- traduisent la **dynamique** de l'espace-temps
- sont engendrées par l'accélération de la matière
- loin des sources, se propagent à la vitesse de la lumière
- se distinguent des **ondes électromagnétiques** (ondes radio, IR, optique, UV, X et gamma), qui sont des perturbations du champ électromagnétique se propageant *dans* l'espace-temps : les **ondes gravitationnelles** sont des ondes de l'espace-temps *lui-même*

## Effets du passage d'une onde gravitationnelle (1)



Mesure la distance  $L$  entre deux masses libres par la méthode "radar" :

$$L = \frac{1}{2} c(t_2 - t_1)$$



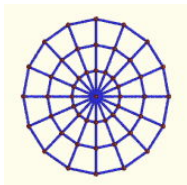
Variation de la longueur  $L$  au passage d'une onde gravitationnelle :

$$\delta L \simeq h L$$

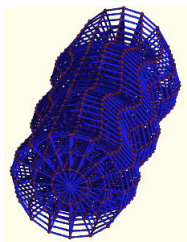
$h$  = amplitude de l'onde gravitationnelle

En pratique  $h$  est si petit que nos sens n'y sont pas sensibles :  
pour les principales **sources astrophysiques** :  $h \sim 10^{-21}$  !!!

# Effets du passage d'une onde gravitationnelle (2)



← déplacement de particules tests dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde



← propagation de l'onde

[<http://www.einstein-online.info/>]

# Génération d'ondes gravitationnelles en laboratoire

Au XIXème siècle, Hertz a démontré l'existence des ondes électromagnétiques en les produisant dans son laboratoire.

Peut-on faire la même chose pour les ondes gravitationnelles ?

- ondes électromagnétiques : produites par l'accélération des *charges électriques*
- ondes gravitationnelles : produites par l'accélération des *masses*

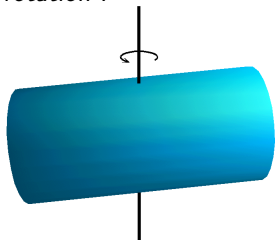
# Génération d'ondes gravitationnelles en laboratoire

Au XIX<sup>ème</sup> siècle, Hertz a démontré l'existence des ondes électromagnétiques en les produisant dans son laboratoire.

Peut-on faire la même chose pour les ondes gravitationnelles ?

- ondes électromagnétiques : produites par l'accélération des *charges électriques*
- ondes gravitationnelles : produites par l'accélération des *masses*

Un moyen simple d'accélérer une masse de manière constante : la mettre *en rotation* :



Cylindre d'acier : diamètre = 1 m, longueur = 20 m, masse = 490 t, tournant à 28 rad/s (limite de rupture)

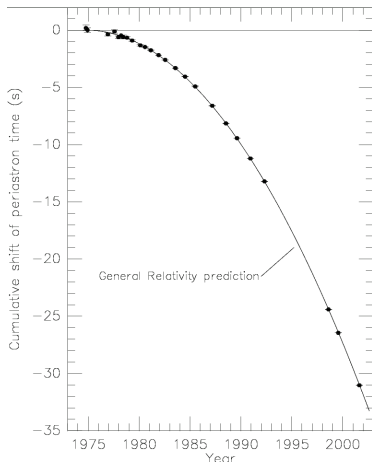
⇒ énergie émise sous forme d'ondes gravitationnelles par unité de temps :  $2 \times 10^{-29}$  W !

⇒ **Aucun espoir de détection !**

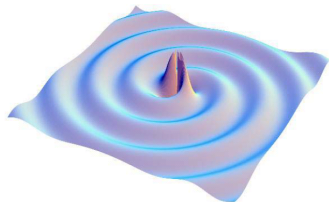


# Les ondes gravitationnelles existent !

Émission d'ondes gravitationnelles par le système binaire d'étoiles à neutrons PSR B1913+16 (*pulsar binaire*)



[Weisber & Taylor (2002)]



← Décroissance observée de la période orbitale  $P = 7\text{ h }45\text{ min}$  du pulsar binaire PSR B1913+16 sous l'effet de la *réaction au rayonnement gravitationnel*

⇒ coalescence dans 140 millions d'années.

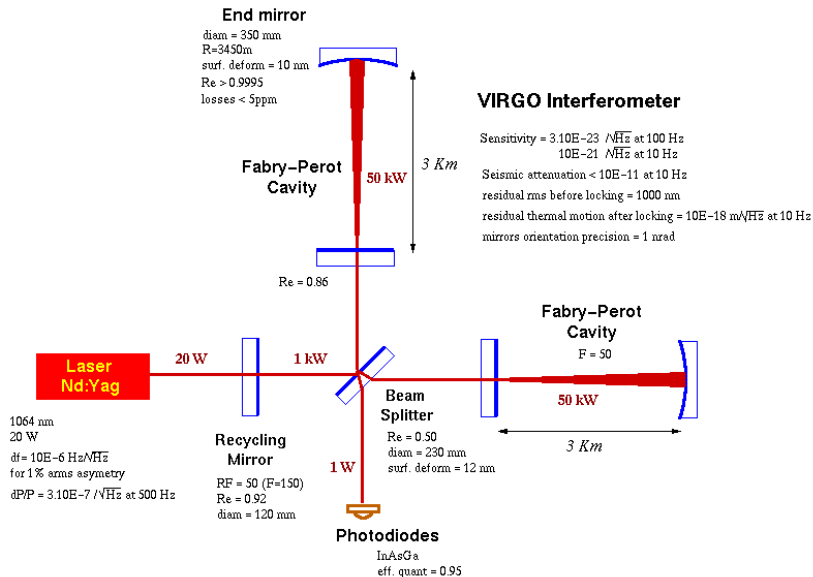
**Prix Nobel de Physique 1993**  
à R. Hulse & J. Taylor

# Détection des ondes gravitationnelles sur Terre



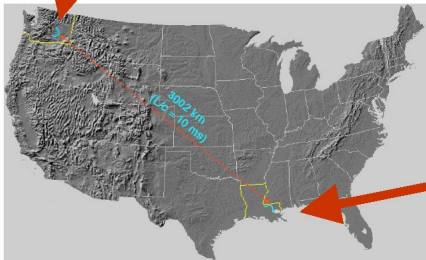
Détecteur interférométrique **VIRGO** sur le site de Cascina, près de Pise [CNRS/INFN]

## Schéma optique de l'interféromètre VIRGO



# Interféromètres LIGO

## Hanford (H1=4km, H2=2km)

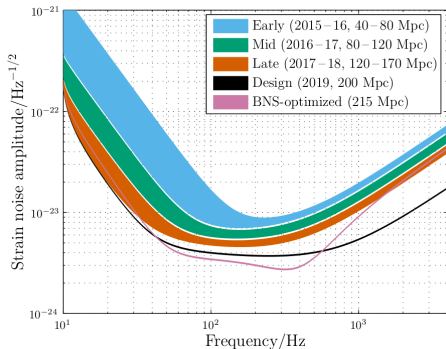


## Livingston (L1=4km)

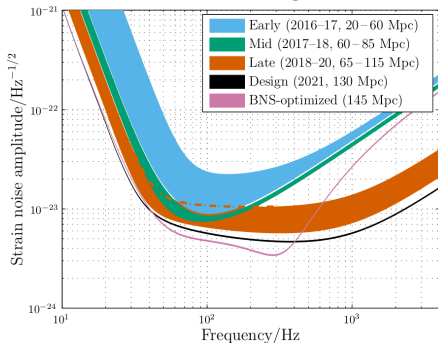


## Sensibilité d'Advanced LIGO et Advanced VIRGO

Advanced LIGO



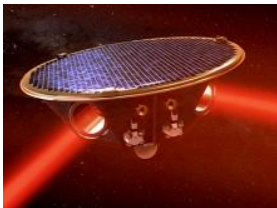
Advanced Virgo



[Abbott et al., LRR 19, 1 (2016)]

# Projet spatial eLISA (ESA)

## Détecteur interférométrique d'ondes gravitationnelles dans l'espace

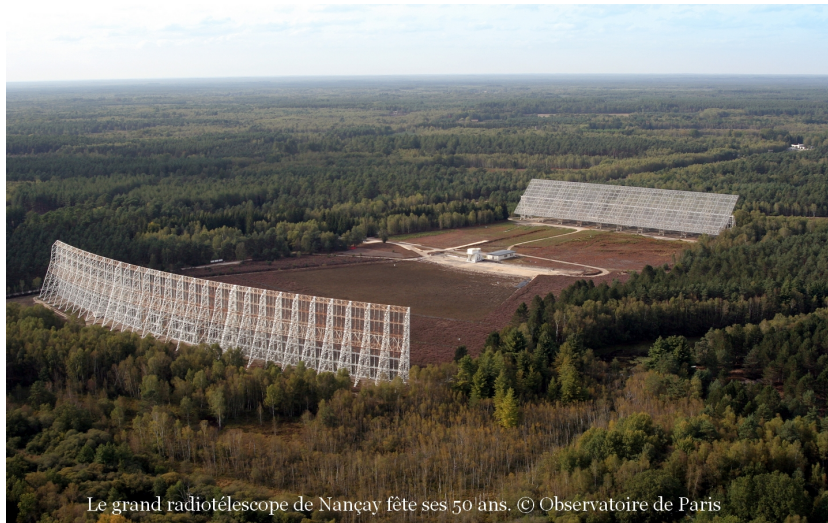


[eLISA / NGO]

- sélectionné par l'ESA en 2013 (mission L3)
- lancement vers 2028
- démonstrateur technologique **LISA Pathfinder** lancé le 3 décembre 2015

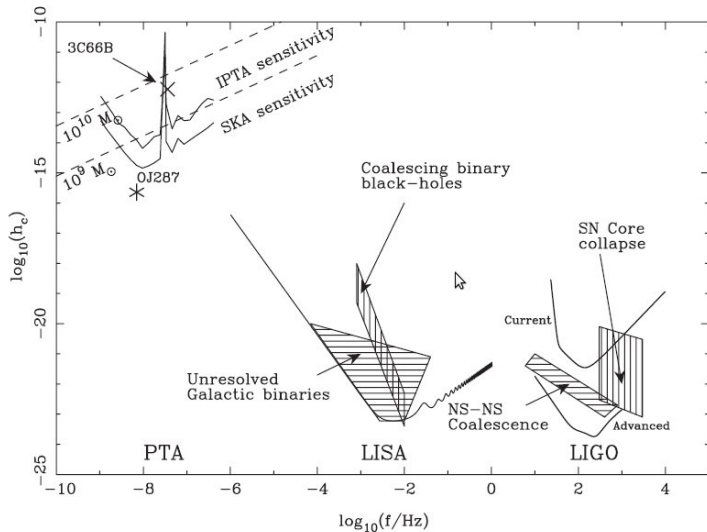


# Détecter les ondes gravitationnelles par le chronométrage des pulsars



Le grand radiotélescope de Nançay fête ses 50 ans. © Observatoire de Paris

## Complémentarité des différents détecteurs



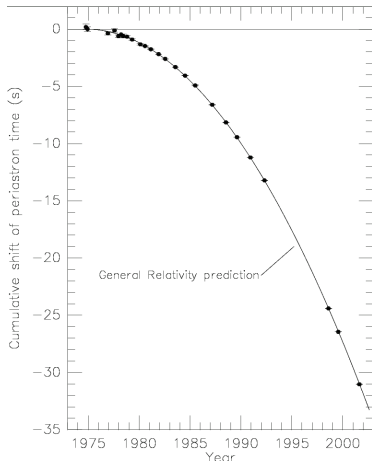
[Hobbs et al., CQG 27, 084013 (2010)]



# Outline

- 1 Introduction
- 2 L'espace-temps relativiste
- 3 Les trous noirs
- 4 Les ondes gravitationnelles
- 5 Coalescence d'un système binaire de trous noirs

# Évolution d'un système binaire de trous noirs



Mouvement orbital

⇒ émission d'ondes gravitationnelles

⇒ perte d'énergie

⇒ rétrécissement de la taille des orbites

⇒ accélération du mouvement

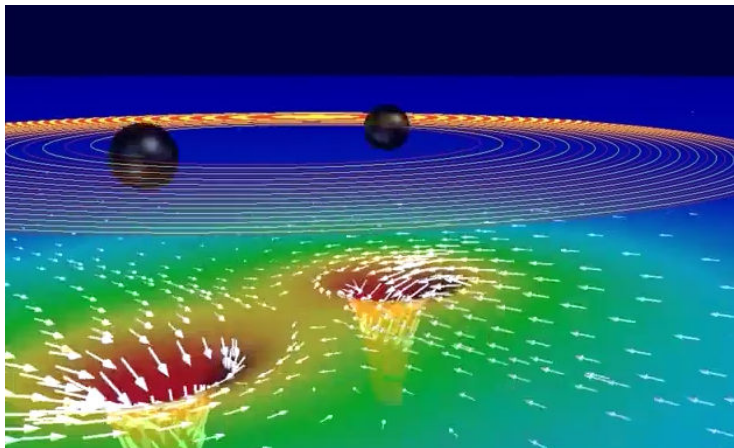
⇒ spirale menant à la fusion des deux trous noirs

Décroissance observée de la période orbitale  $P = 7\text{ h }45\text{ min}$  de PSR B1913+16

[Weisber & Taylor (2002)]

# Simulation numérique de la coalescence

Résolution numérique des équations d'Einstein (relativité numérique)



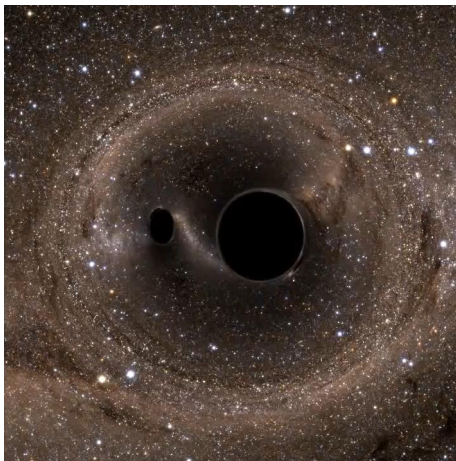
Code SpEC (Caltech/Cornell, SXS) [video]

[Scheel et al., PRD **79**, 024003 (2009)]

# Ce qu'un observateur proche verrait

Rapport de masse = 3

Vue du dessus du plan orbital :



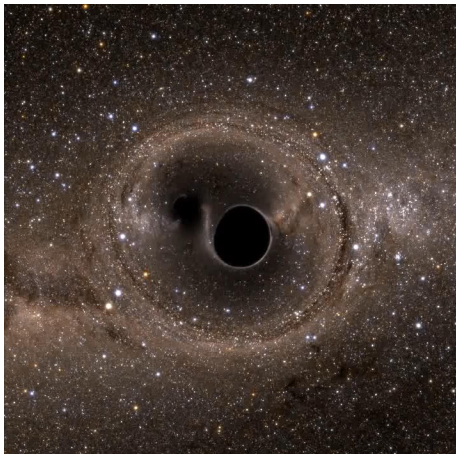
Images calculées par l'équipe SXS (<http://www.black-holes.org>) [video]

[Bohn et al., CQG 32, 065002 (2015)]

# Ce qu'un observateur proche verrait

Rapport de masse = 3

Vue de côté (dans le plan orbital) :

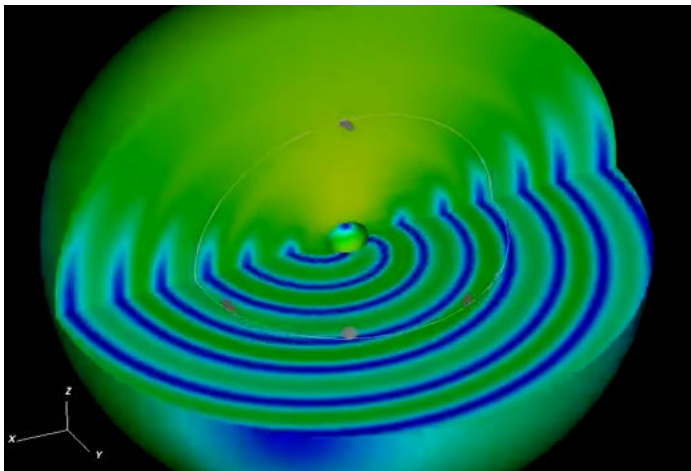


Images calculées par l'équipe SXS (<http://www.black-holes.org>) [video]

[Bohn et al., CQG 32, 065002 (2015)]

# Ondes gravitationnelles émises

Résolution numérique des équations d'Einstein (**relativité numérique**)



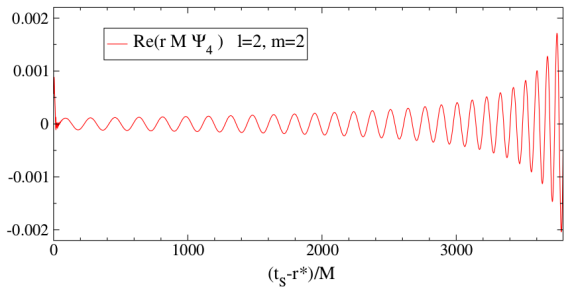
Code SpEC (Caltech/Cornell, SXS) [video]

[Scheel et al., PRD **79**, 024003 (2009)]

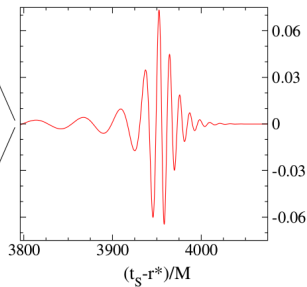
# Forme d'onde

$M_1 = M_2$ , spins zéro

spirale

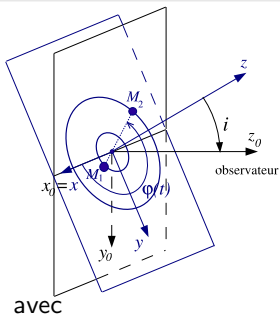


fusion et désexcitation



[Scheel et al., PRD **79**, 024003 (2009)]

# Forme d'onde dans la phase spiralante



Amplitude des deux modes de polarisation de l'onde gravitationnelle :

$$h_+(t) \simeq \frac{2}{c^4 r} (GM)^{5/3} (\pi f)^{2/3} (1 + \cos^2 i) \cos(2\pi f t + \phi_0)$$

$$h_\times(t) \simeq \frac{4}{c^4 r} (GM)^{5/3} (\pi f)^{2/3} \cos i \sin(2\pi f t + \phi_0)$$

- $r$  : distance à l'observateur
- $\mathcal{M} = \frac{(M_1 M_2)^{3/5}}{(M_1 + M_2)^{1/5}}$  : masse "chirp"
- $M_1, M_2$  : masses des deux trous noirs
- $i$  : inclinaison du plan orbital / ligne de visée
- $f = \frac{5^{3/8}}{8\pi} \left( \frac{c^3}{GM} \right)^{5/8} (t_0 - t)^{-3/8}$  : fréquence instantanée du signal

cf. [Blanchet, LRR 17, 2 (2014)]



# Signal dans le détecteur

$$h(t) = F_+(\theta, \phi, \psi) h_+(t) + F_\times(\theta, \phi, \psi) h_\times(t)$$

- $\theta, \phi$  : direction de la source par rapport aux bras du détecteur
- $\psi$  : angle de polarisation de l'onde par rapport à l'orientation du détecteur
- $F_+(\theta, \phi, \psi) = \frac{1}{2}(1 + \cos^2 \theta) \cos(2\phi) \cos(2\psi) - \cos \theta \sin(2\phi) \sin(2\psi)$
- $F_\times(\theta, \phi, \psi) = \frac{1}{2}(1 + \cos^2 \theta) \cos(2\phi) \sin(2\psi) + \cos \theta \sin(2\phi) \cos(2\psi)$

# Mesures de la distance et des masses

Dérivée temporelle de la fréquence :  $\dot{f} = \frac{df}{dt}$

- **Distance** :  $h \frac{f^3}{\dot{f}} = \frac{\text{const}}{r} \implies r$  (“chandelle standard”)
- **Masse “chirp”** : amplitude et fréquence instantées  $h, f \implies \mathcal{M}$
- **Masses individuelles** : effets post-newtoniens  $\implies M_1, M_2$ , spins  $S_1, S_2$

# Un exemple...

Coalescence de deux trous noirs  $M_1 = 36 M_\odot$ ,  $M_2 = 29 M_\odot$

- À  $f = 10 \text{ Hz}$  : séparation  $d = 2000 \text{ km}$
- Énergie totale rayonnée sous formes d'ondes gravitationnelles :  $E = 3 M_\odot c^2$
- Masse finale du trou noir :  $M_f = M_1 + M_2 - E/c^2 = 62 M_\odot$
- Fréquence maximale du signal :  $f_{\text{max}} = 275 \text{ Hz}$
- Temps écoulé entre  $f = 10 \text{ Hz}$  et  $f = 275 \text{ Hz}$  :  $\tau \simeq 5 \text{ s}$

# Bibliographie

- P. Binétruy, 2015, *À la poursuite des ondes gravitationnelles*, Dunod
- S. Collin-Zahn, 2009, *Des quasars aux trous noirs*, EDP Sciences
- G. Chardin, 2009, *Le LHC peut-il produire des trous noirs ?*, Le Pommier
- T. Damour, 2005, *Si Einstein m'était conté*, Le Cherche Midi
- N. Deruelle, 2015, *De Pythagore à Einstein, tout est nombre*, Belin
- E.ourgoulhon, 2011, *Trous noirs : à la veille d'une nouvelle ère observationnelle*, L'Astronomie **125**, novembre 2011, p. 16
- J.-P. Lasota, 2010, *La science des trous noirs*, Odile Jacob
- J.-P. Luminet, 2006, *Le destin de l'Univers : trous noirs et énergie sombre*, Folio
- A. Riazuelo, 2008, *Voyage au cœur d'un trou noir*, DVD Sciences et Avenir ; <http://tinyurl.com/riazuelo>
- K.S. Thorne, 1997, *Trous noirs et distorsions du temps*, Flammarion
- *Trous noirs*, Dossier Pour la Science **75**, avril-juin 2012