

Quelques aspects de la physique des trous noirs

Éric Gourgoulhon

Laboratoire Univers et Théories
CNRS, Observatoire de Paris - PSL, Université Paris Cité
92190 Meudon, France

<https://luth.obspm.fr/~luthier/gourgoulhon/>

Collège de France
Paris
22 janvier 2024

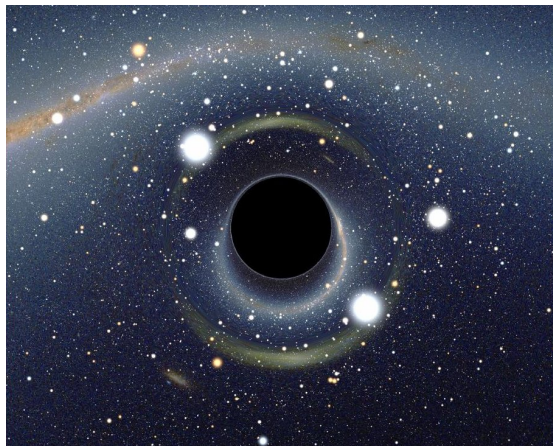
Plan

- 1 Définition d'un trou noir
- 2 Propriétés des trous noirs
- 3 Déconstruisons certains mythes...
- 4 Voir les trous noirs en ondes électromagnétiques
- 5 «Écouter» les trous noirs en ondes gravitationnelles
- 6 Conclusions

Plan

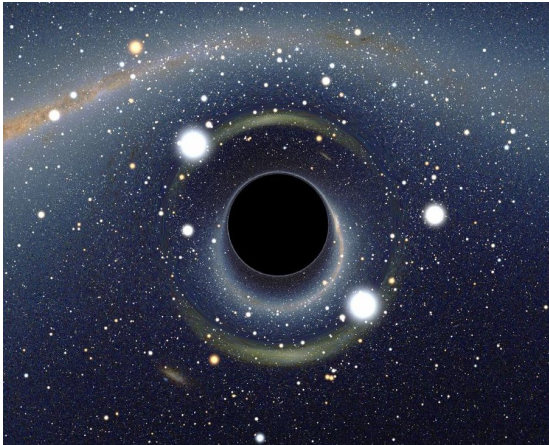
- 1 Définition d'un trou noir
- 2 Propriétés des trous noirs
- 3 Déconstruisons certains mythes...
- 4 Voir les trous noirs en ondes électromagnétiques
- 5 «Écouter» les trous noirs en ondes gravitationnelles
- 6 Conclusions

Qu'est-ce qu'un trou noir ?



[Alain Riazuelo, 2007]

Qu'est-ce qu'un trou noir ?



[Alain Riazuelo, 2007]

Une définition en quelques mots :

Un **trou noir** est une région de l'espace-temps d'où rien, pas même la lumière, ne peut s'échapper.

La frontière (immatérielle) entre l'intérieur du trou noir et le reste de l'Univers est appelée **horizon des événements**.

Pourquoi la lumière ne peut-elle s'échapper ?

Réponse pour la mécanique newtonnienne (J. Michell 1784, Laplace 1796) :

C'est en raison de la **gravitation** :

la **vitesse de libération** dépasse la vitesse de la lumière

Pourquoi la lumière ne peut-elle s'échapper ?

Réponse pour la mécanique newtonnienne (J. Michell 1784, Laplace 1796) :

C'est en raison de la **gravitation** :
la **vitesse de libération** dépasse la vitesse de la lumière

Théorie de Newton de la gravitation :

La **vitesse de libération** d'un corps sphérique de masse M

et de rayon R est $V_{\text{lib}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

avec $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$ (constante de Newton)

- Terre : $V_{\text{lib}} = 11 \text{ km/s}$
- Soleil : $V_{\text{lib}} = 617 \text{ km/s}$

La lumière ne s'échappe pas si
 $V_{\text{lib}} > c \simeq 300\,000 \text{ km/s}$



La préhistoire des trous noirs au XVIIIe siècle...

$$V_{\text{lib}} > c \iff \frac{2GM}{R} > c^2 \iff \frac{2G}{R} \times \frac{4}{3}\pi R^3 \rho > c^2 \iff R > \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G\rho}}$$

John Michell (1784)

"If there should really exist in nature any bodies, whose density is not less than that of the sun, and whose diameters are more than 500 times the diameter of the sun, since their light could not arrive at us, ..., we could have no information from sight" [Phil. Trans. R. Soc. Lond. 74, 35 (1784)]



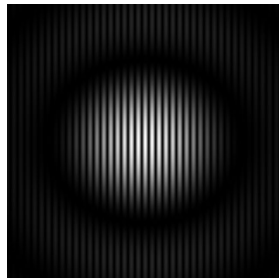
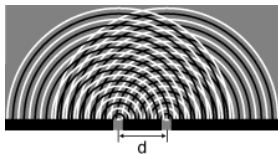
Pierre Simon de Laplace (1796)

"Un astre lumineux, de la même densité que la Terre, et dont le diamètre serait 250 fois plus grand que le Soleil, ne permettrait, en vertu de son attraction, à aucun de ses rayons de parvenir jusqu'à nous. Il est dès lors possible que les plus grands corps lumineux de l'univers puissent, par cette cause, être invisibles." [Exposition du système du monde (1796)]



Les «corps invisibles» tombent dans l'oubli...

- Mention des «corps invisibles» par Laplace dans les deux premières éditions de son *Exposition du système du Monde* (1796 et 1799)
- Suppression dans la troisième édition (1808) et les suivantes : prédominance de la **théorie ondulatoire de la lumière** sur la théorie corpusculaire après les expériences de Thomas Young (1801)



[R. Taillet]

Limites du concept newtonien de trou noir

- Pas de rôle privilégié de la vitesse de la lumière en théorie newtonienne : rien n'interdit $V > c \implies$ les corps invisibles de Michell et Laplace restent causalement connectés au reste de l'Univers
- $V_{\text{lib}} \sim c \implies$ énergie du champ gravitationnel \sim énergie de masse Mc^2
 \implies théorie *relativiste* de la gravitation nécessaire !

\implies le traitement correct des trous noirs ne peut se faire qu'en **relativité générale** (ou dans l'une de ses généralisations)

Limites du concept newtonien de trou noir

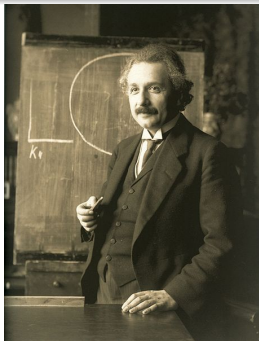
- Pas de rôle privilégié de la vitesse de la lumière en théorie newtonienne : rien n'interdit $V > c \implies$ les corps invisibles de Michell et Laplace restent causalement connectés au reste de l'Univers
- $V_{\text{lib}} \sim c \implies$ énergie du champ gravitationnel \sim énergie de masse $Mc^2 \implies$ théorie *relativiste* de la gravitation nécessaire !

\implies le traitement correct des trous noirs ne peut se faire qu'en **relativité générale** (ou dans l'une de ses généralisations)

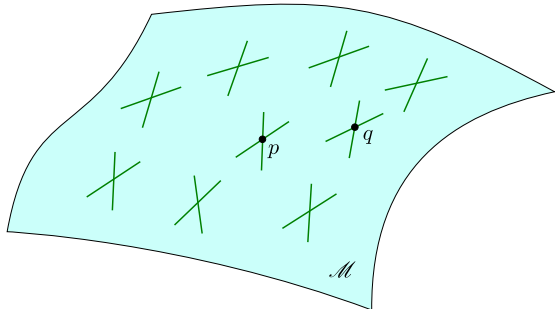
$$R - \frac{1}{2}Rg = \frac{8\pi G}{c^4} T$$

(A. Einstein, novembre 1915)

La relativité générale décrit la gravitation comme la **courbure de l'espace-temps**



L'espace-temps relativiste

Espace-temps (\mathcal{M}, g)

- \mathcal{M} : variété différentielle de dimension 4
- g : tenseur métrique : champ de formes bilinéaires symétriques de signature $(-, +, +, +)$

\implies pseudo-produit scalaire

$$ds^2 := g(dx, dx) = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Exemple 1 : espace-temps de Minkowski

$$\mathcal{M} = \mathbb{R}^4; \quad ds^2 = -dt^2 + dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \implies \text{courbure} = 0$$

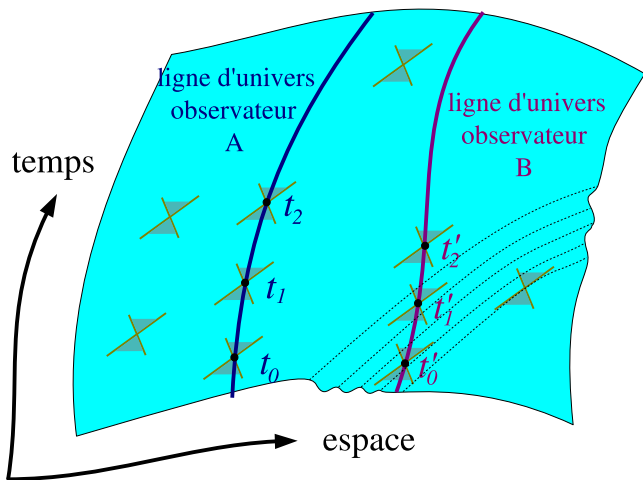
Exemple 2 : espace-temps de Schwarzschild

$$\mathcal{M} = \mathbb{R}^2 \times \mathbb{S}^2; \quad ds^2 = -\left(1 - \frac{2m}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

\implies courbure $\neq 0$

Les ondes gravitationnelles : des oscillations de l'espace-temps

Des petites oscillations dans la courbure...



Relativité générale comparée à la gravitation newtonienne

Gravitation newtonienne

régie par l'équation de Poisson pour le potentiel gravitationnel Φ :

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho$$

- équation scalaire
- équation linéaire
- équation elliptique
⇒ propagation instantanée
- source : la densité de masse ρ

Relativité générale comparée à la gravitation newtonienne

Gravitation newtonienne

régie par l'**équation de Poisson** pour le potentiel gravitationnel Φ :

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho$$

- équation scalaire
- équation linéaire
- équation elliptique
⇒ propagation instantanée
- source : la densité de masse ρ

Relativité générale

régie par l'**équation d'Einstein** pour le tenseur métrique g :

$$R - \frac{1}{2}Rg = \frac{8\pi G}{c^4}T$$

où R est le tenseur de Ricci :
 $R \sim g^{-1}\partial\partial g + g^{-2}(\partial g)^2$

- équation tensorielle (10 équations scalaires)
- équation **non-linéaire**
- propagation à vitesse finie (c)
- source : énergie-impulsion T de la matière (et des champs)

Relativité générale comparée à la gravitation newtonienne

Gravitation newtonienne

régie par l'**équation de Poisson** pour le potentiel gravitationnel Φ :

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho$$

- équation scalaire
- équation linéaire
- équation elliptique
⇒ propagation instantanée
- source : la densité de masse ρ

Relativité générale

régie par l'**équation d'Einstein** pour le tenseur métrique g :

$$R - \frac{1}{2}Rg = \frac{8\pi G}{c^4}T$$

où R est le tenseur de Ricci :
 $R \sim g^{-1}\partial\partial g + g^{-2}(\partial g)^2$

- équation tensorielle (10 équations scalaires)
- équation **non-linéaire**
- propagation à vitesse finie (c)
- source : énergie-impulsion T de la matière (et des champs)

Remarque : en champ gravitationnel faible, une des 10 composantes de l'équation d'Einstein se réduit à l'équation de Poisson (et les 9 autres se réduisent à $0 = 0$).

Définition d'un trou noir en relativité générale

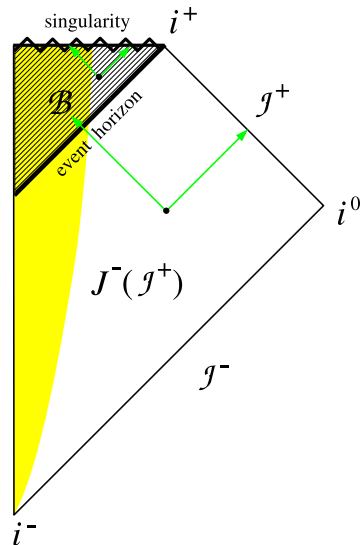


Diagramme de Carter-Penrose

Étant donné un espace temps (\mathcal{M}, g) asymptotiquement plat (\implies infini lumière futur \mathcal{I}^+), la **région de trou noir** est le complémentaire du passé causal de \mathcal{I}^+ , $J^-(\mathcal{I}^+)$:

$$\mathcal{B} := \mathcal{M} \setminus J^-(\mathcal{I}^+)$$

L'**horizon des événements** est la frontière de la région de trou noir $\mathcal{H} := \partial\mathcal{B}$

Définition d'un trou noir en relativité générale

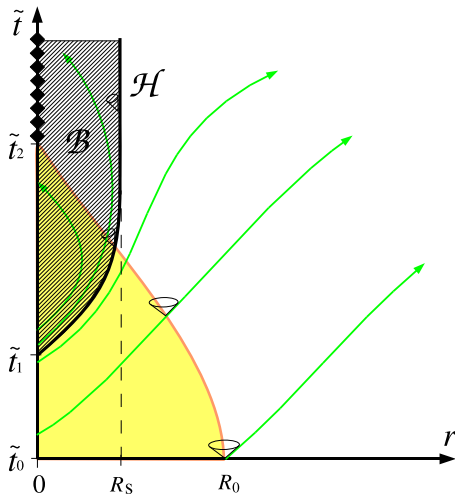


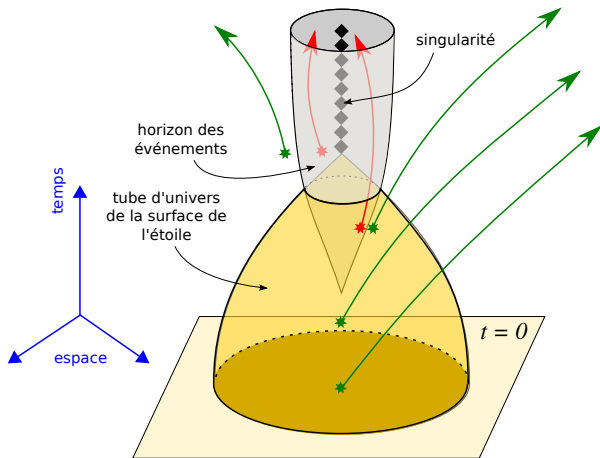
Diagramme d'espace-temps basé sur les coordonnées (\tilde{t}, r)

Étant donné un espace temps (\mathcal{M}, g) asymptotiquement plat (\implies infini lumière futur \mathcal{I}^+), la **région de trou noir** est le complémentaire du passé causal de \mathcal{I}^+ , $J^-(\mathcal{I}^+)$:

$$\mathcal{B} := \mathcal{M} \setminus J^-(\mathcal{I}^+)$$

L'**horizon des événements** est la frontière de la région de trou noir $\mathcal{H} := \partial\mathcal{B}$

Effondrement gravitationnel d'une étoile



← Diagramme d'espace-temps représentant la formation d'un trou noir par effondrement gravitationnel du cœur d'une étoile massive (phénomène de *supernova*)

singularité : courbure $\rightarrow \infty$

Théorème de Penrose (1965)

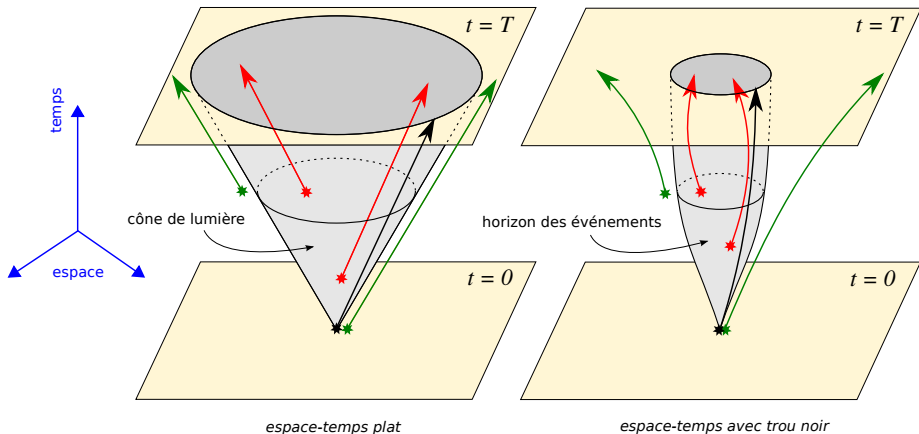
Au delà d'un certain stade de l'effondrement, caractérisé par l'apparition de **surfaces piégées**, la formation d'une singularité est inévitable.

Plan

- 1 Définition d'un trou noir
- 2 Propriétés des trous noirs**
- 3 Déconstruisons certains mythes...
- 4 Voir les trous noirs en ondes électromagnétiques
- 5 «Écouter» les trous noirs en ondes gravitationnelles
- 6 Conclusions

L'horizon des événements comme hypersurface lumière

Comparaison d'un cône de lumière de l'espace-temps plat (Minkowski) avec l'horizon des événements d'un trou noir :



horizon et cône de lumière = **hypersurfaces du genre lumière** (frontières que l'on ne peut franchir que dans un sens)

C'est le caractère **spatialement borné** qui distingue l'horizon des événements.

La singularité centrale

- La singularité centrale est une **singularité de courbure** : la courbure de l'espace-temps diverge (tend vers l'infini) à cet endroit.
- Physiquement, cela veut dire que les **forces de marées divergent**.
- La **singularité centrale** marque la limite du domaine d'applicabilité de la **relativité générale** : pour la décrire, il faudrait utiliser une théorie plus «fine», sans doute une théorie quantique de la gravitation (pistes actuellement explorées : *théorie des cordes* et *gravité quantique à boucles*).
- La **singularité centrale** est **inaccessible à l'observation** : elle est cachée sous l'horizon des événements.

Le théorème d'absence de chevelure

Un des plus beaux résultats en relativité générale :

Théorème d'unicité («absence de chevelure»)

Dorochkevitch, Novikov & Zeldovitch (1965), Israel (1967), Carter (1971), Hawking (1972), Robinson (1975)

En relativité générale (et en dimension 4), un trou noir stationnaire est entièrement décrit par seulement deux nombres^a :

- sa *masse* M
- son *moment cinétique* J (mesure l'état de rotation)

La solution correspondante de l'équation d'Einstein est la **solution de Kerr (1963)**. Pour $J = 0$, elle se réduit à la **solution de Schwarzschild (1916)**.

a. trois si on considère une charge électrique Q non nulle, mais ce n'est pas pertinent d'un point de vue astrophysique

Le théorème d'absence de chevelure

Un des plus beaux résultats en relativité générale :

Théorème d'unicité («absence de chevelure»)

Dorochkevitch, Novikov & Zeldovitch (1965), Israel (1967), Carter (1971), Hawking (1972), Robinson (1975)

En relativité générale (et en dimension 4), un trou noir stationnaire est entièrement décrit par seulement deux nombres^a :

- sa *masse* M
- son *moment cinétique* J (mesure l'état de rotation)

La solution correspondante de l'équation d'Einstein est la **solution de Kerr (1963)**. Pour $J = 0$, elle se réduit à la **solution de Schwarzschild (1916)**.

a. trois si on considère une charge électrique Q non nulle, mais ce n'est pas pertinent d'un point de vue astrophysique

⇒ Un trou noir est un objet extrêmement régulier :
il "*n'a pas de cheveux*" (John A. Wheeler)

La solution de Kerr

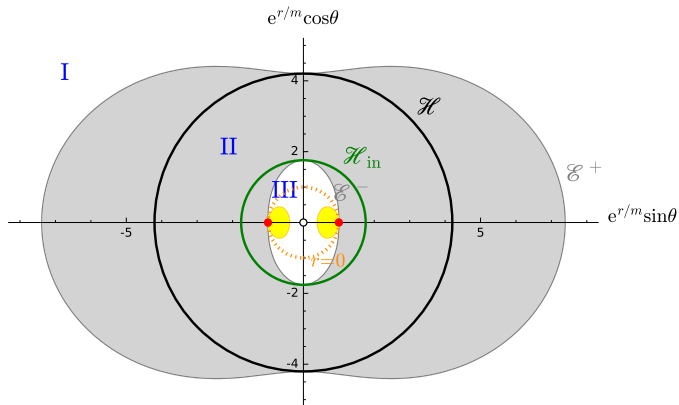
Roy Kerr (1963)

Expression dans les coordonnées de Boyer-Lindquist (t, r, θ, φ) :

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2Mr}{\rho^2} \right) dt^2 - \frac{4Mar \sin^2 \theta}{\rho^2} dt d\varphi + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 \\ + \rho^2 d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2Ma^2 r \sin^2 \theta}{\rho^2} \right) \sin^2 \theta d\varphi^2$$

où $\rho^2 := r^2 + a^2 \cos^2 \theta$, $\Delta := r^2 - 2Mr + a^2$ and $r \in (-\infty, \infty)$ → variété différentielle : $\mathcal{M} = \mathbb{R}^2 \times \mathbb{S}^2 \setminus \{r = 0 \text{ \& } \theta = \pi/2\}$ → décrit un **trou noir en rotation**→ 2 paramètres : M : masse ; $a := J/M$: moment cinétique réduit

Espace-temps de Kerr



Coupe méridionale $t = \text{const}$ et $\varphi = 0$ ou π de l'espace-temps de Kerr

- \mathcal{H} : horizon des événements
- \mathcal{H}_{in} : horizon interne (horizon de Cauchy)
- en gris : ergorégion
- en jaune : machine à remonter le temps de Carter

Définitions de M et J

- La **masse** M : n'est pas une mesure de la «quantité de matière» à l'intérieur du trou noir, mais un paramètre qui caractérise son *champ de gravitation externe*. Elle se mesure par le **mouvement orbital d'un corps d'épreuve** : suffisamment loin du trou noir, l'approximation de gravitation newtonienne est valable et l'on peut définir M comme le coefficient qui intervient dans la

troisième loi de Kepler : $r^3 = GM \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2$

r = rayon de l'orbite (circulaire), $r \gg GM/c^2 = 1.5 \left(\frac{M}{M_\odot} \right)$ km

T = période orbitale

Définitions de M et J

- La **masse** M : n'est pas une mesure de la « quantité de matière » à l'intérieur du trou noir, mais un paramètre qui caractérise son *champ de gravitation externe*. Elle se mesure par le **mouvement orbital d'un corps d'épreuve** : suffisamment loin du trou noir, l'approximation de gravitation newtonienne est valable et l'on peut définir M comme le coefficient qui intervient dans la

troisième loi de Kepler :

$$r^3 = GM \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2$$

r = rayon de l'orbite (circulaire), $r \gg GM/c^2 = 1.5 \left(\frac{M}{M_\odot} \right)$ km

T = période orbitale

- moment cinétique** J : effet « gravito-magnétique » (Lense-Thirring) : un gyroscope embarqué dans un satellite en orbite (rayon r) autour du trou noir précesse (par rapport aux étoiles lointaines) à la fréquence

$$\Omega_{LT} = \frac{2GJ}{c^2 r^3}$$

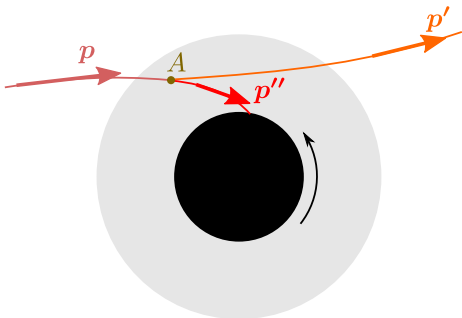
Rayon du trou noir

Le **rayon d'un trou noir** n'est pas un concept bien défini ; en aucun cas, il ne correspond à la distance entre le «centre» du trou noir (la singularité) et l'horizon. Il vaut mieux le définir à partir de l'aire A de l'horizon \implies **rayon aréolaire**

Pour un trou noir statique, $R = \sqrt{A/4\pi}$.

Le rayon ainsi défini est proportionnel à la masse : $R = \frac{2GM}{c^2} \simeq 3 \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \text{ km}$

Processus de Penrose



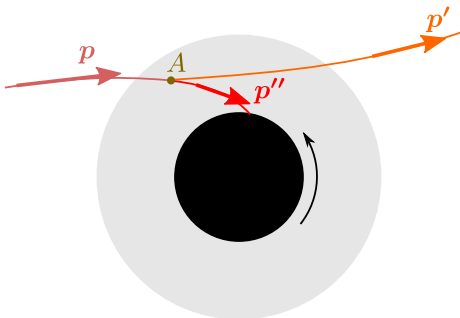
Particule \mathcal{P} (4-impulsion \mathbf{p}) en chute libre depuis l'infini dans l'ergorégion (zone grisée). En un point A de l'ergorégion, \mathcal{P} se scinde (désintègre) en

- une particule \mathcal{P}' (4-impulsion \mathbf{p}'), qui repart à l'infini
- une particule \mathcal{P}'' (4-impulsion \mathbf{p}''), qui tombe dans le trou noir

Gain d'énergie : $\Delta E = E_{\text{out}} - E_{\text{in}}$

où $E_{\text{in}} = -\mathbf{g}(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{p})|_{\infty}$ et $E_{\text{out}} = -\mathbf{g}(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{p}')|_{\infty}$, avec $\boldsymbol{\xi} = \partial_t$ (générateur des translations temporelles), de sorte qu'à l'infini, $\boldsymbol{\xi}$ est la 4-vitesse d'un observateur inertiel au repos par rapport au trou noir.

Processus de Penrose



$$\Delta E = -g(\xi, p')|_{\infty} + g(\xi, p)|_{\infty}$$

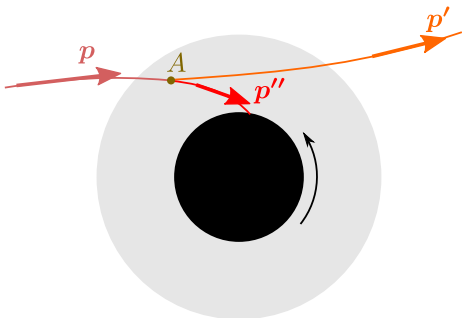
Le théorème de Noether géodésique :

$$g(\xi, p) = \text{const}$$

implique

$$\begin{aligned} \Delta E &= -g(\xi, p')|_A + g(\xi, p)|_A \\ &= g(\xi, p - p')|_A \end{aligned}$$

Processus de Penrose



$$\Delta E = -g(\xi, p')|_{\infty} + g(\xi, p)|_{\infty}$$

Le théorème de Noether géodésique :

$$g(\xi, p) = \text{const}$$

implique

$$\begin{aligned} \Delta E &= -g(\xi, p')|_A + g(\xi, p)|_A \\ &= g(\xi, p - p')|_A \end{aligned}$$

Conservation de l'énergie-impulsion en

$$A : p|_A = p'|_A + p''|_A$$

$$\Rightarrow p|_A - p'|_A = p''|_A$$

$$\Rightarrow \Delta E = g(\xi, p'')|_A$$

Or

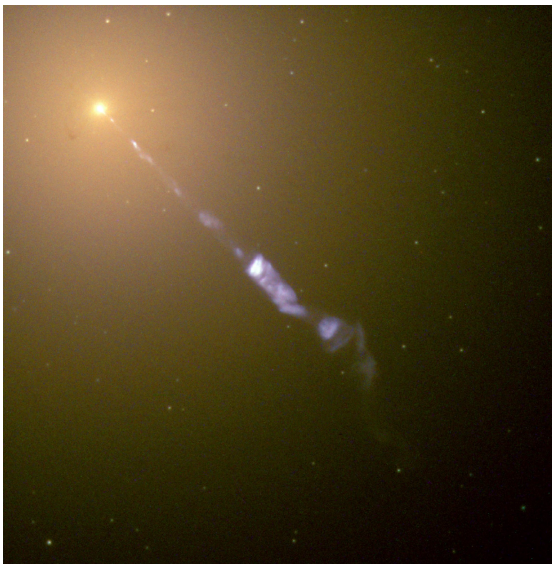
- p'' est un vecteur du genre temps ou lumière
- ξ est un vecteur du genre espace dans l'ergorégion

\Rightarrow on peut choisir une trajectoire telle que $g(\xi, p'')|_A > 0$

$$\Rightarrow \Delta E > 0$$

De l'énergie est extraite du trou noir en rotation !

Le processus de Penrose à l'œuvre



Jet émis par le noyau de la
galaxie elliptique géante M87, au
centre de l'amas Virgo [HST]

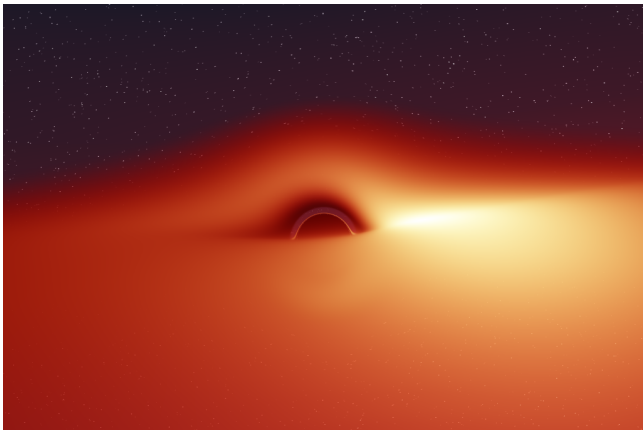
$$M_{\text{BH}} = 3 \times 10^9 M_{\odot}$$

$$V_{\text{jet}} \simeq 0.99 c$$

Le trou noir : une source d'énergie formidable !

Libération d'énergie potentielle gravitationnelle par **accrétion** sur un trou noir : jusqu'à 42% de l'énergie de masse mc^2 de la matière accrétée !

NB : les réactions thermonucléaires libèrent moins de 1% de mc^2



La matière qui tombe sur un trou noir forme un **disque d'accrétion** [Donald Lynden-Bell (1969), Nicolai Shakura & Rachid Sunayev (1973)]

[J.-A. Marck (1996)]

Plan

- 1 Définition d'un trou noir
- 2 Propriétés des trous noirs
- 3 Déconstruisons certains mythes...**
- 4 Voir les trous noirs en ondes électromagnétiques
- 5 «Écouter» les trous noirs en ondes gravitationnelles
- 6 Conclusions

Mythe 1 : “les trous noirs sont des objets extrêmement denses”

Mythe 1 : “les trous noirs sont des objets extrêmement denses”

— En fait, le trou noir de Kerr, qui représente tous les trous noirs stationnaires de l'Univers (théorème d'absence de chevelure!) est une solution de l'équation d'Einstein **vide de toute matière** ($T = 0$) : $R = 0$

Mythe 1 : “les trous noirs sont des objets extrêmement denses”

— En fait, le trou noir de Kerr, qui représente tous les trous noirs stationnaires de l'Univers (théorème d'absence de chevelure!) est une solution de l'équation d'Einstein **vide de toute matière** ($T = 0$) : $R = 0$

— OK, mais les trous noirs ont une masse M et un rayon aréolaire R , de sorte que l'on peut définir une «densité moyenne» par $\bar{\rho} = M/(4/3\pi R^3)$. La valeur de $\bar{\rho}$ n'est-elle pas énorme ?

Mythe 1 : "les trous noirs sont des objets extrêmement denses"

— En fait, le trou noir de Kerr, qui représente tous les trous noirs stationnaires de l'Univers (théorème d'absence de chevelure!) est une solution de l'équation d'Einstein **vide de toute matière** ($T = 0$) : $R = 0$

— OK, mais les trous noirs ont une masse M et un rayon aréolaire R , de sorte que l'on peut définir une «densité moyenne» par $\bar{\rho} = M/(4/3\pi R^3)$. La valeur de $\bar{\rho}$ n'est-elle pas énorme ?

— Eh bien,

- pour le trou noir au centre de notre galaxie (Sgr A*) :
 $\bar{\rho} \sim 10^6 \text{ kg m}^{-3} = 2 \cdot 10^{-4} \times$ la densité d'une naine blanche
- pour le trou noir au centre de la galaxie M 87 (M 87*) :
 $\bar{\rho} \sim 2 \text{ kg m}^{-3} = 1/500 \times$ la densité de l'eau !

Mythe 1 : “les trous noirs sont des objets extrêmement denses”

— En fait, le trou noir de Kerr, qui représente tous les trous noirs stationnaires de l'Univers (théorème d'absence de chevelure!) est une solution de l'équation d'Einstein **vide de toute matière** ($T = 0$) : $R = 0$

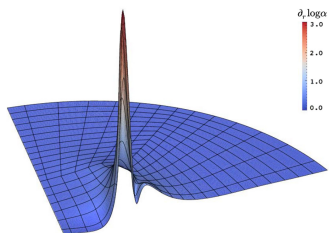
— OK, mais les trous noirs ont une masse M et un rayon aréolaire R , de sorte que l'on peut définir une «densité moyenne» par $\bar{\rho} = M/(4/3\pi R^3)$. La valeur de $\bar{\rho}$ n'est-elle pas énorme ?

— Eh bien,

- pour le trou noir au centre de notre galaxie (Sgr A*) :
 $\bar{\rho} \sim 10^6 \text{ kg m}^{-3} = 2 \cdot 10^{-4} \times$ la densité d'une naine blanche
- pour le trou noir au centre de la galaxie M 87 (M 87*) :
 $\bar{\rho} \sim 2 \text{ kg m}^{-3} = 1/500 \times$ la densité de l'eau !

Les trous noirs sont des **objets compacts** : leur **compacité** M/R est grande, mais pas nécessairement leur densité moyenne M/R^3 .

Fait 1 : formation d'un trou noir dans un univers entièrement vide



Un trou noir peut se former lors de l'évolution (non-linéaire) d'ondes gravitationnelles de grande amplitude, sans qu'aucune matière n'intervienne dans le processus

[Abrahams & Evans, PRL 70, 2980 (1993)]

[Hilditch, Weyhausen & Brüggmann, PRD 96, 104051 (2017)]

Mythe 2 : “à l’horizon, la courbure de l’espace-temps est si grande que la lumière ne peut s’échapper”

Mythe 2 : “à l’horizon, la courbure de l’espace-temps est si grande que la lumière ne peut s’échapper”

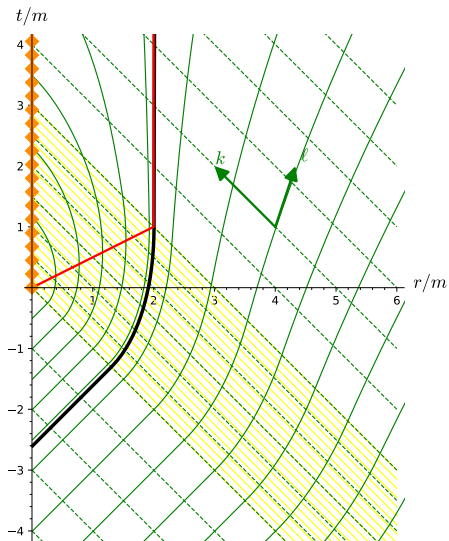
— En fait, pour un trou noir stationnaire de masse M , la courbure de l’espace-temps à l’horizon est proportionnelle à $1/M^2$; elle peut être très petite pour un trou noir supermassif.

Mythe 2 : “à l’horizon, la courbure de l’espace-temps est si grande que la lumière ne peut s’échapper”

— En fait, pour un trou noir stationnaire de masse M , la courbure de l’espace-temps à l’horizon est proportionnelle à $1/M^2$; elle peut être très petite pour un trou noir supermassif.

De plus, pour des trous noirs non-stationnaires, la courbure de l’espace-temps peut même être zéro à l’horizon...

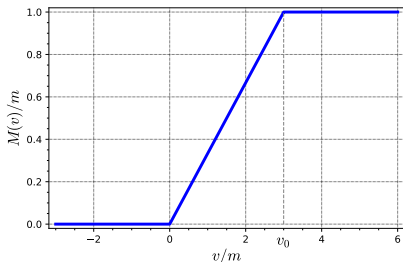
Fait 2 : un horizon de trou noir dans une région plate



solution de Vaidya

Effondrement sphérique d'une coquille de rayonnement électromagnétique
 ($v = t + r$)

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M(v)}{r}\right)dv^2 + 2dvdr + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$



<https://nbviewer.org/github/egourgoulhon/BHlectures/blob/master/sage/Vaidya.ipynb>

Un horizon de trou noir n'est pas détectable localement

L'exemple de la solution de Vaidya montre que

Aucune expérience de physique locale ne peut mettre en évidence le passage de l'horizon des événements d'un trou noir.

Mythe 3 : “un trou noir est une singularité de l'espace-temps”

Mythe 3 : “un trou noir est une singularité de l'espace-temps”

— En fait, il n'est nullement fait mention d'une singularité dans la définition d'un trou noir.

Mythe 3 : “un trou noir est une singularité de l'espace-temps”

- En fait, il n'est nullement fait mention d'une singularité dans la définition d'un trou noir.
- Mais les trous noirs de Schwarzschild et de Kerr contiennent une **singularité de courbure**.
- Oui, c'est vrai.

Mythe 3 : “un trou noir est une singularité de l'espace-temps”

- En fait, il n'est nullement fait mention d'une singularité dans la définition d'un trou noir.
- Mais les trous noirs de Schwarzschild et de Kerr contiennent une **singularité de courbure**.
- Oui, c'est vrai.
- De plus, le **théorème de singularité de Penrose** ne stipule-t-il pas que tout effondrement gravitationnel qui dépasse un certain stade doit générer une singularité ?
- Oui, mais pourvu que les hypothèses du théorème soient satisfaites...

Fait 3 : il existe des solutions de trou noir sans singularité

Trou noir régulier de Bardeen (1968)

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2Mr^2}{(r^2 + \mathfrak{g}^2)^{3/2}} \right) dt^2 + \left(1 - \frac{2Mr^2}{(r^2 + \mathfrak{g}^2)^{3/2}} \right)^{-1} dr^2 + r^2 (d^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

Solution de l'équation d'Einstein avec source : $\mathbf{R} - \frac{1}{2}R\mathbf{g} = 8\pi\mathbf{T}_{\text{em}}$,

où \mathbf{T}_{em} = tenseur énergie-impulsion du champ électromagnétique

$\mathbf{F} = \mathfrak{g} \sin \theta \, d\theta \wedge d\varphi$ généré par **monopôle magnétique** de charge magnétique \mathfrak{g} dans une théorie d'**électrodynamique non-linéaire** gouvernée par le lagrangien

$$L = \frac{3M}{|\mathfrak{g}|^3} \left(\frac{\sqrt{2\mathfrak{g}^2 \mathcal{F}}}{1 + \sqrt{2\mathfrak{g}^2 \mathcal{F}}} \right)^{5/2} \quad \text{où } \mathcal{F} := \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

[Ayón-Beato & García, Phys. Lett. B **493**, 149 (2000)]

Rappel : électrodynamique de Maxwell : $L = -\frac{1}{\mu_0} \mathcal{F}$

Fait 3 : il existe des solutions de trou noir sans singularité

L'espace-temps de Bardeen (\mathcal{M}, g) est certes exotique (électrodynamique non-maxwellienne), mais il

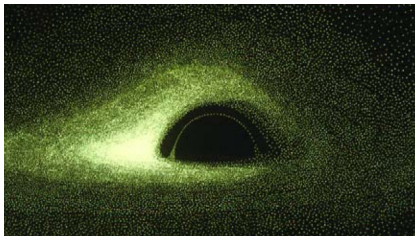
- est **complètement régulier** : la courbure est finie partout, y compris en $r = 0$
- contient un trou noir statique
- est une solution de l'équation d'Einstein avec une source $T = T_{\text{em}}$ qui **obéit à la condition d'énergie faible** ($T(\mathbf{u}, \mathbf{u}) \geq 0$ pour tout \mathbf{u} du genre temps)
- contient des surfaces piégées (dans la région de trou noir)
- échappe au théorème de singularité de Penrose (1965) car il ne contient pas d'hypersurface de Cauchy
- échappe au théorème de singularité amélioré de Hawking & Penrose (1970) car T **viole la condition d'énergie forte** ($T(\mathbf{u}, \mathbf{u}) - (T/2)g(\mathbf{u}, \mathbf{u}) \geq 0$ pour tout \mathbf{u} du genre temps)

Plan

- 1 Définition d'un trou noir
- 2 Propriétés des trous noirs
- 3 Déconstruisons certains mythes...
- 4 Voir les trous noirs en ondes électromagnétiques**
- 5 «Écouter» les trous noirs en ondes gravitationnelles
- 6 Conclusions

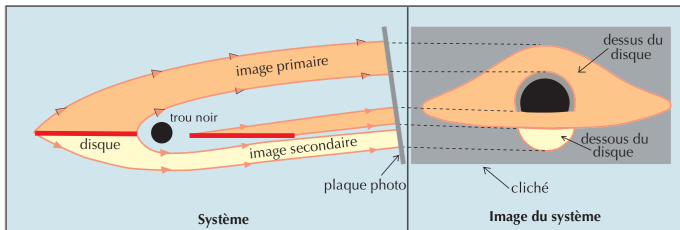
Voir un trou noir ?

Par définition, un trou noir n'est pas *directement* observable, mais sa **silhouette** l'est s'il est entouré de matière (disque d'accrétion) ou est observé sur un fond étoilé



Première image calculée de la silhouette
calculée par J.-P. Luminet

[Luminet, A&A 75, 228 (1979)]

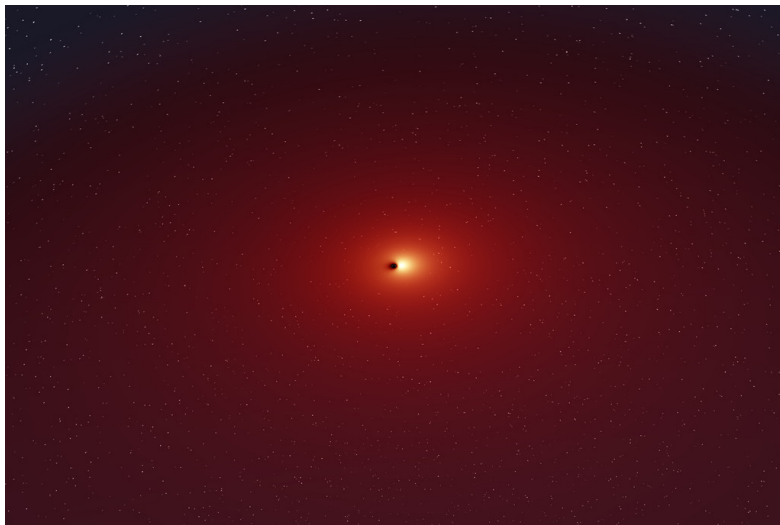


Trajectoire des
rayons lumineux et
formation de l'image

[https://luth.
obspm.fr/~luminet/](https://luth.obspm.fr/~luminet/)

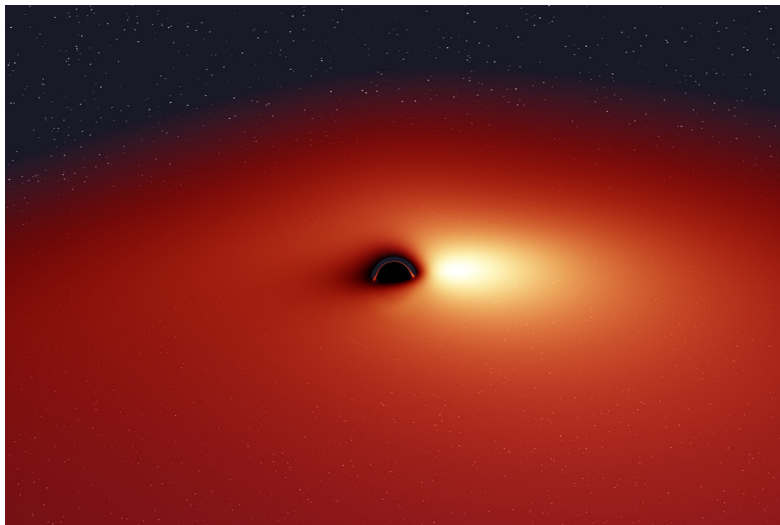
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



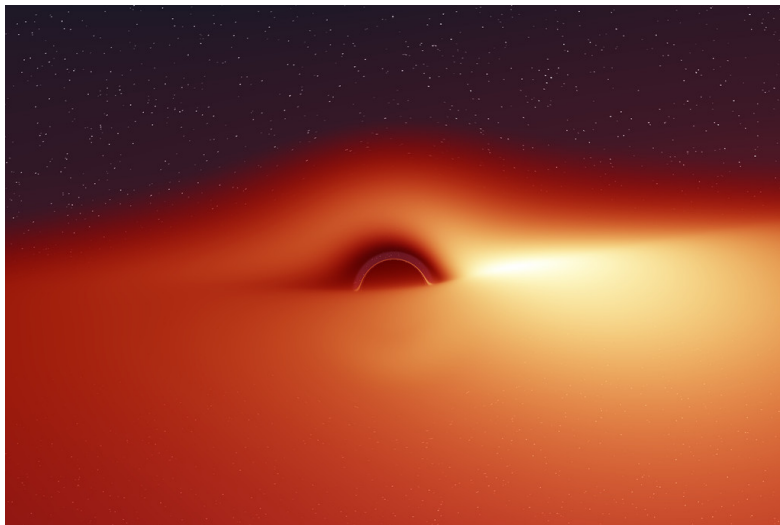
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



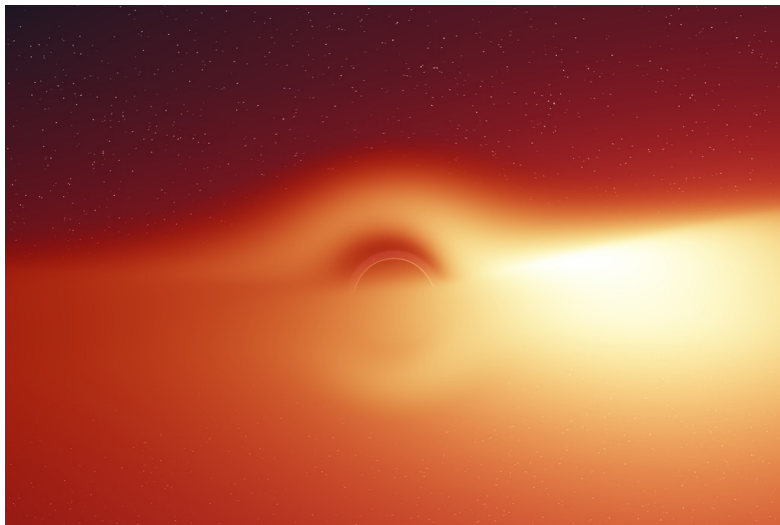
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



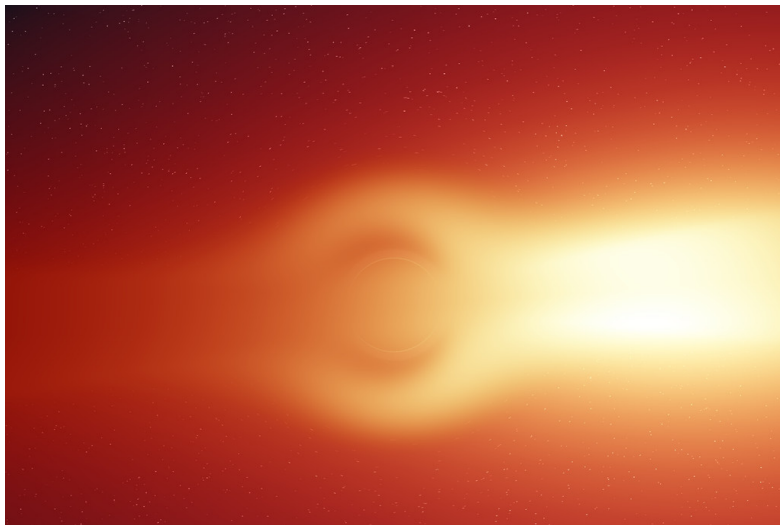
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [[Marck, CQG 13, 393 \(1996\)](#)]



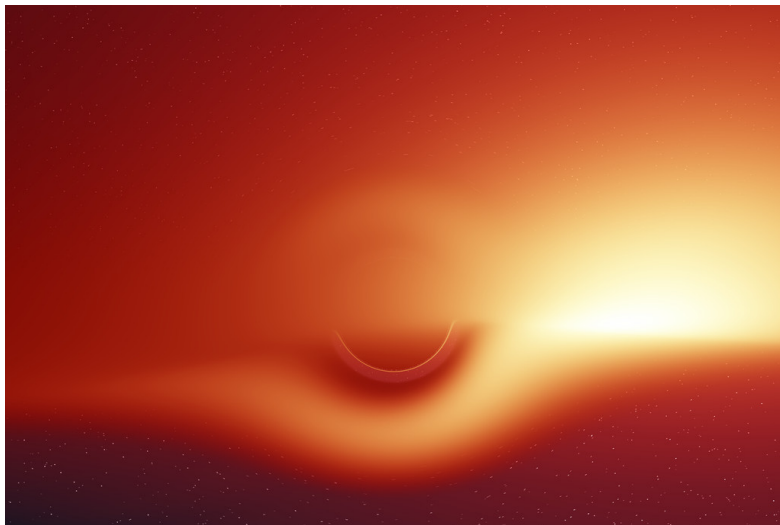
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



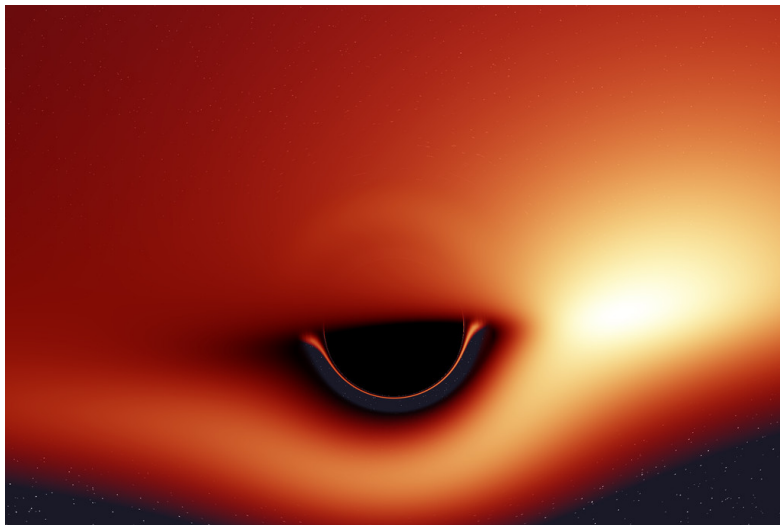
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



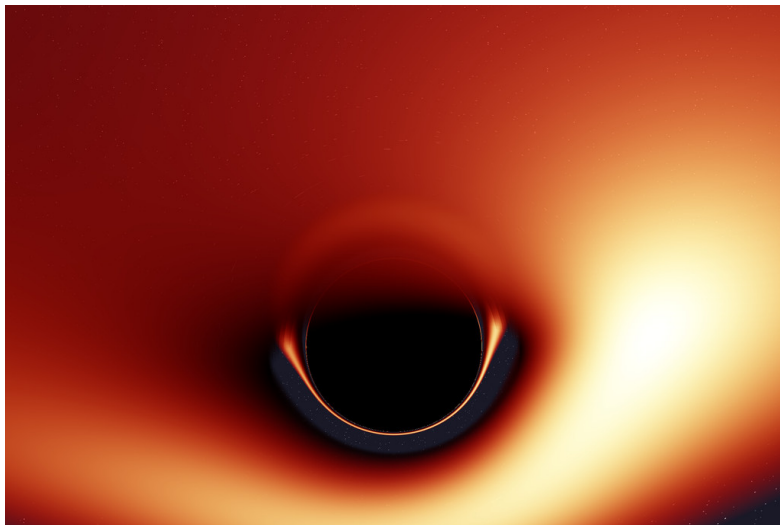
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



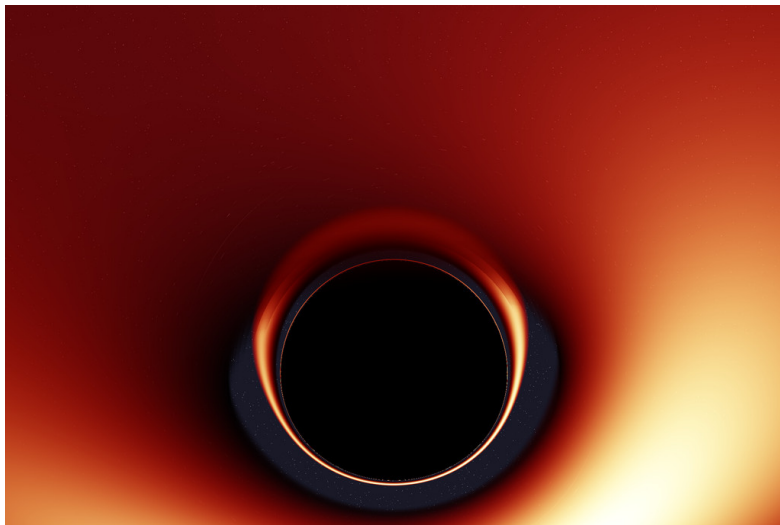
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



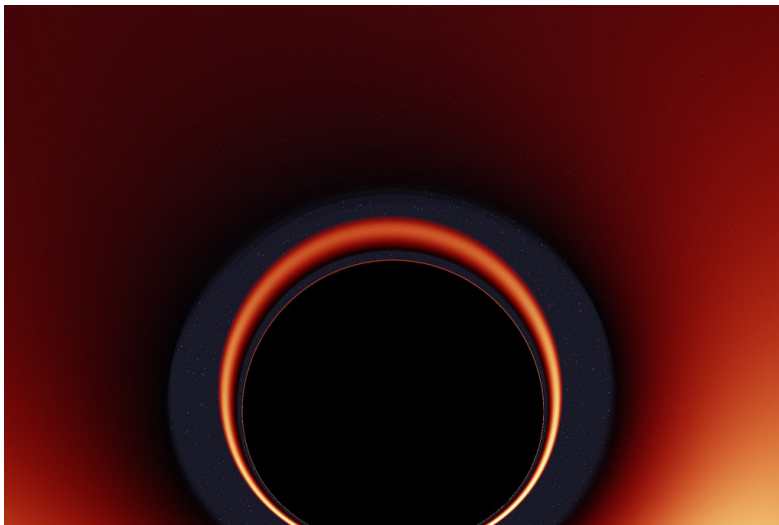
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



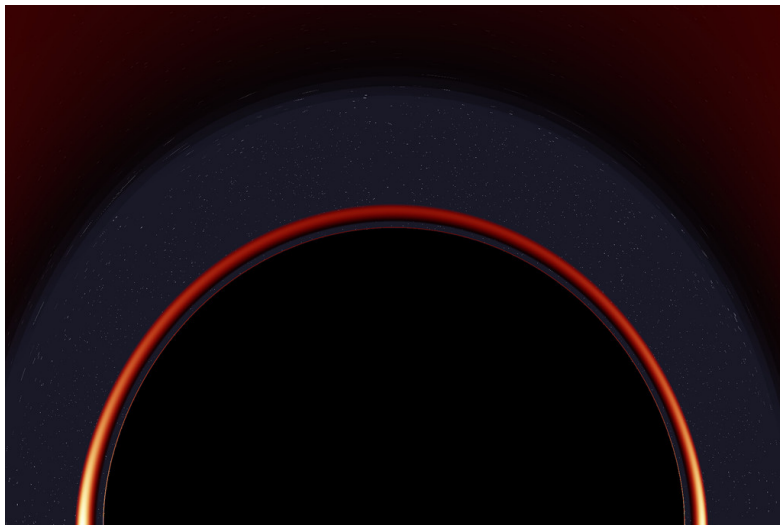
Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]

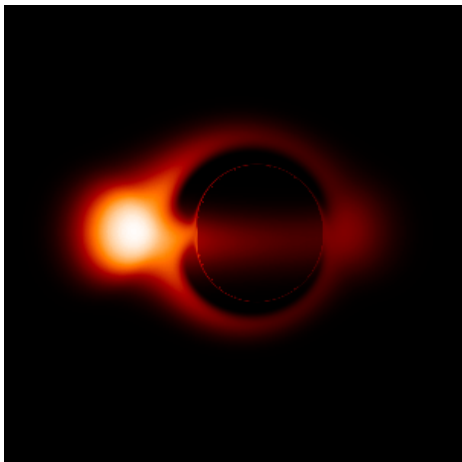
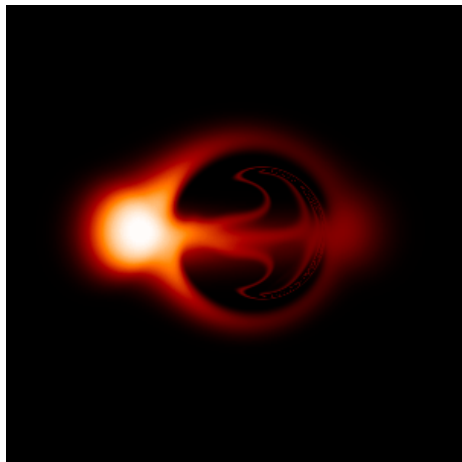


Vol vers un trou noir

Images calculées par J.-A. Marck [Marck, CQG 13, 393 (1996)]



Images d'objets alternatifs au trou noir de Kerr

trou noir de Kerr $a/M = 0.9$ étoile bosonique $k = 1, \omega = 0.70 m/\hbar$ 

[Vincent, Meliani, Grandclément, Gourgoulhon & Straub, CQG 33, 105015 (2016)]

Les trous noirs au cinéma



(c) Warner Bros. Pictures

Interstellar

Christopher Nolan (2014)

Image **calculée** suivant les **équations de la relativité générale** fournies par Kip Thorne (Prix Nobel de physique 2017)

- Tous les effets de mirage gravitationnel sont là
- Les effets de dilatation temporelle sont bien mis en avant dans le film
- Il manque toutefois l'effet Doppler pour que l'image soit pleinement réaliste

Les trous noirs au cinéma

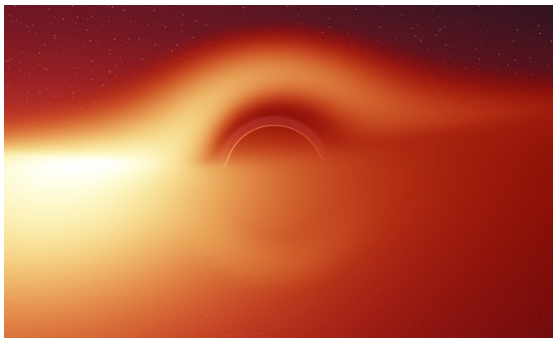


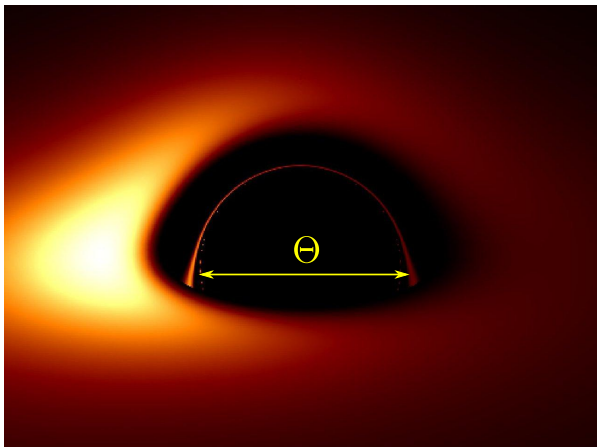
Image calculée par J.-A. Marck (1996)

Interstellar

Christopher Nolan (2014)

- Tous les effets de mirage gravitationnel sont là
- Les effets de dilatation temporelle sont bien mis en avant dans le film
- Il manque toutefois l'effet Doppler pour que l'image soit pleinement réaliste

Peut-on voir les trous noirs ?



Simulation d'image (disque d'accrétion fin)

[Vincent, Paumard, Gourgoulhon & Perrin, CQG 28, 225011 (2011)]

Le plus gros trou noir en taille apparente sur le ciel :

Sgr A* : $\Theta = 53 \mu\text{as}$

Viennent ensuite

M87 : $\Theta = 21 \mu\text{as}$

M31 : $\Theta = 20 \mu\text{as}$

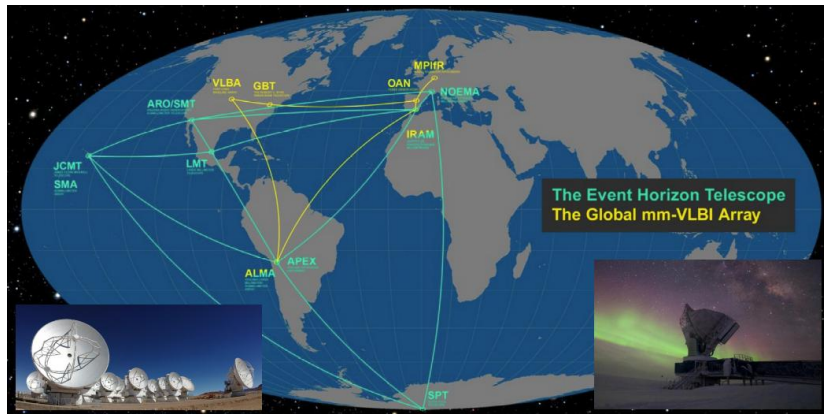
Rem. 1 : Les trous noirs dans les binaires X sont $\sim 10^5$ fois plus petits car $\Theta \propto M/d$

Rem. 2 : résolution angulaire du HST : $\Theta_{\min} \sim 10^5 \mu\text{as}$!

L'Event Horizon Telescope

Interférométrie à très grande base (VLBI) en ondes (sub)millimétriques

⇒ un télescope de taille planétaire !



Campagne d'observation en avril 2017 ⇒ première image dévoilée en 2019

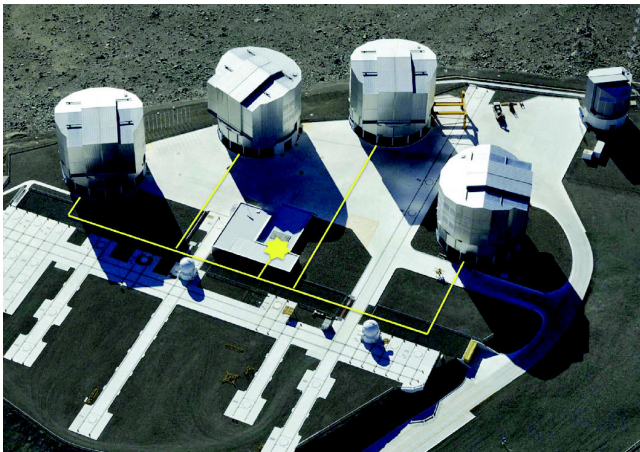
10 avril 2019 : la toute première image observée !



Image du trou noir M87* par la collaboration *Event Horizon Telescope*

[EHT Collaboration, ApJ 875, L1 (2019)]

Observations en interférométrie infra-rouge

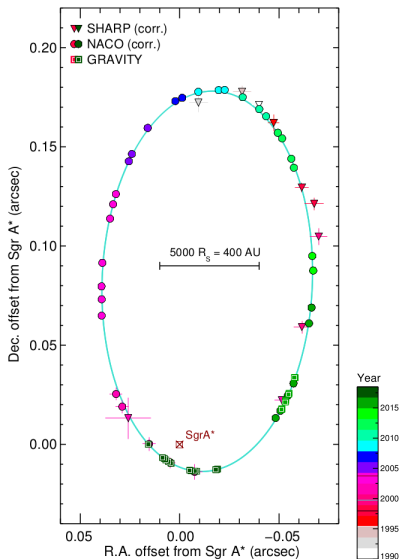


[Gillessen et al. 2010]

Instrument GRAVITY au VLT (2016)

Combine les faisceaux
des 4 télescopes de 8 m
et de 4 télescopes
auxiliaires
⇒ précision
astrométrique de $10 \mu\text{as}$

Le trou noir du centre de notre galaxie : Sgr A*



Trou noir Sgr A* :

- distance : $d = 26\,000$ années-lumière

- masse :

$$\begin{aligned}
 M &= 4.10 \times 10^6 M_{\odot} \\
 &= 20.2 \text{ s} \quad (c = G = 1) \\
 &= 6.06 \times 10^9 \text{ m}
 \end{aligned}$$

- spin $J = aM$ pas encore connu...

⇒ taille de l'ombre $\Theta \sim 53 \mu\text{as}$

← **Orbite de l'étoile S2 autour de Sgr A***

S2 : étoile de type B

période orbitale : $P = 16.05$ an

périastre (mai 2018) :

- $r_{\text{per}} = 120 \text{ UA} = 3 \times 10^3 M$

- $v_{\text{per}} = 7650 \text{ km s}^{-1} = 0.025 c$

[GRAVITY team, A&A 615, L15 (2018)]

Mai 2022 : image de Sgr A* (données EHT de 2017)

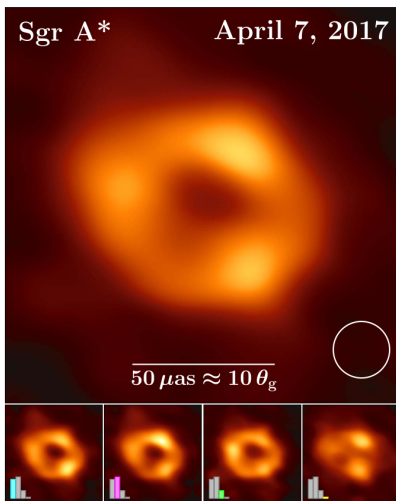


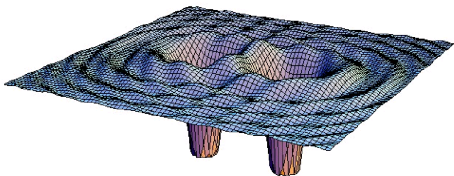
Image du trou noir Sgr A* par la collaboration *Event Horizon Telescope*

[EHT Collaboration, *ApJ* 930, L12 (2022)]

Plan

- 1 Définition d'un trou noir
- 2 Propriétés des trous noirs
- 3 Déconstruisons certains mythes...
- 4 Voir les trous noirs en ondes électromagnétiques
- 5 «Écouter» les trous noirs en ondes gravitationnelles
- 6 Conclusions

Trous noirs et ondes gravitationnelles

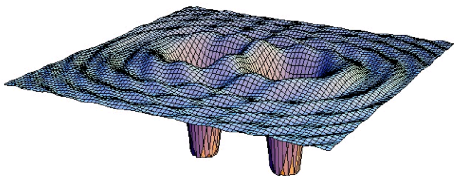


Les trous noirs de Kerr et les ondes gravitationnelles sont tous deux des solutions de l'équation d'Einstein du vide :

$$R = 0$$

avec $R \sim g^{-1} \partial \partial g + g^{-2} (\partial g)^2$

Trous noirs et ondes gravitationnelles



Les trous noirs de Kerr et les ondes gravitationnelles sont tous deux des solutions de l'équation d'Einstein du vide :

$$R = 0$$

$$\text{avec } R \sim g^{-1} \partial \partial g + g^{-2} (\partial g)^2$$

- les **trous noirs** sont des solutions de l'équation complète (non-linéaire) (*Remarque* : il ne peut pas y avoir de trou noir dans le vide en gravitation newtonienne car l'équation de Poisson est linéaire)
- les **ondes gravitationnelles** sont des solutions de l'équation linéarisée autour de la métrique de Minkowski η : $g = \eta + h$, avec $|h_{\alpha\beta}| \ll 1$ en coordonnées minkowskienne (t, x, y, z)

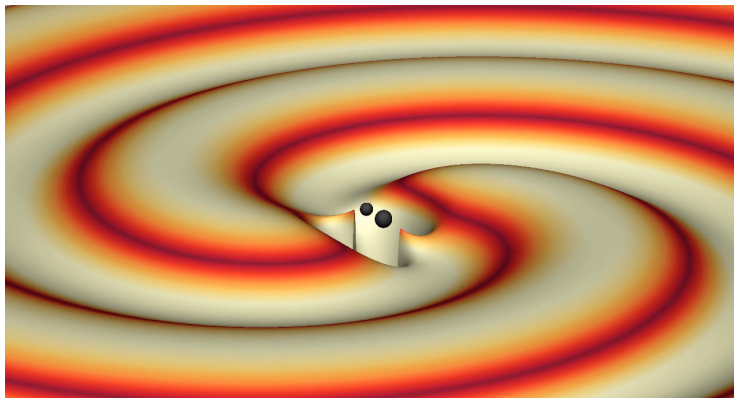
Dans la jauge de Lorenz, $R = -\frac{1}{2} \square_{\eta} \bar{h} + O(|\bar{h}|^2)$, avec $\bar{h} := h - \frac{1}{2} h \eta$

Les détecteurs interférométriques d'ondes gravitationnelles



Détecteur d'ondes gravitationnelles **VIRGO**
Cascina, Pise, Italie [CNRS/INFN]

Ondes gravitationnelles émises par la fusion de deux trous noirs

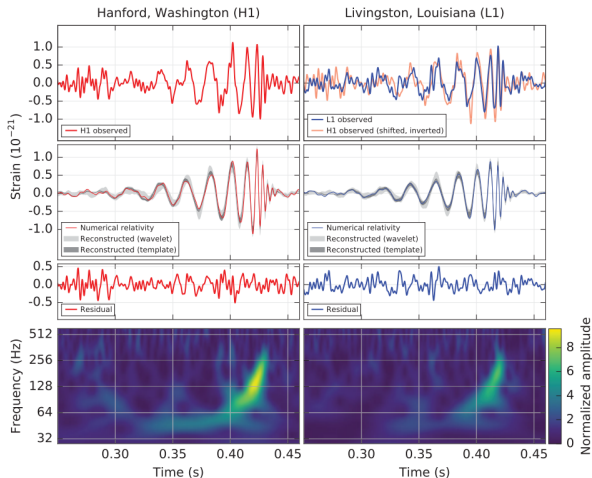


Simulation numérique réalisée en résolvant les équations d'Einstein par ordinateur

[SXS Project]

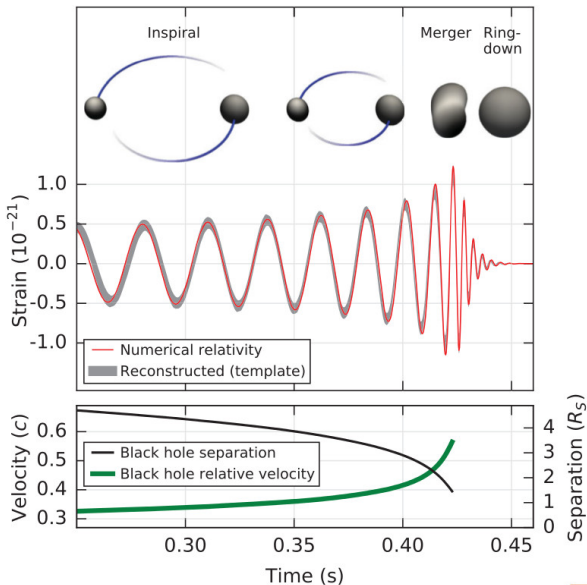
Première détection d'ondes gravitationnelles

Le 14 septembre 2015, à 09 h 50 min 45 s UTC :



[Abbott et al., PRL 116, 061102 (2016)]

Les informations dans le signal GW150914



Signal :

$$\Delta t = 0.2 \text{ s}$$

$$f : 35 \rightarrow 250 \text{ Hz}$$

$$h_{\text{max}} = 1.0 \cdot 10^{-21}$$

Filtre adapté :

$$S/N = 24$$

$$F_{\text{f.al.}} = 1/203,000 \text{ yr}$$

$$M_1 = 36 \pm 5 M_{\odot}$$

$$M_2 = 29 \pm 4 M_{\odot}$$

$$d = 410 \pm 180 \text{ Mpc}$$

$$z = 0.09 \pm 0.04$$

$$M_{\text{final}} = 62 \pm 4 M_{\odot}$$

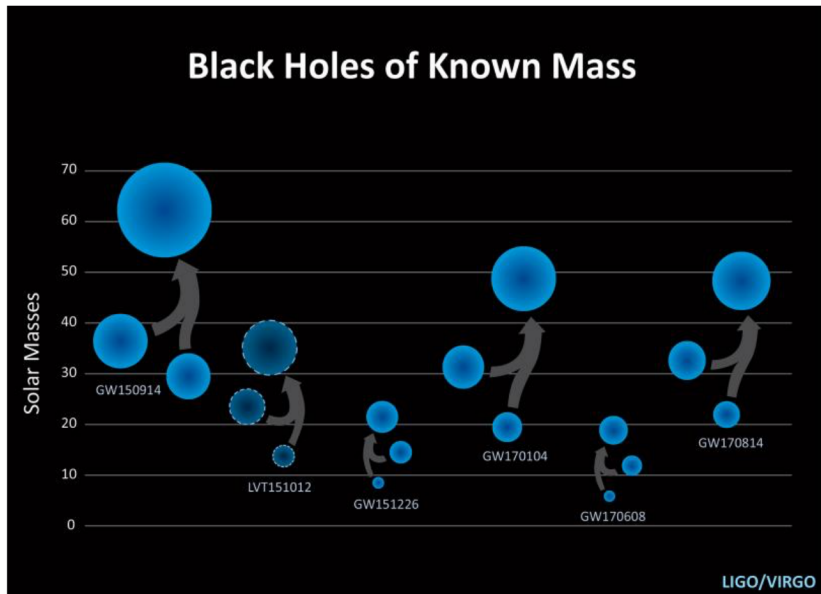
$$\Rightarrow E_{\text{rad}}^{\text{GW}} = 3.0 \pm 0.5 M_{\odot} c^2$$

$$a_1 < 0.7, a_2 < 0.9$$

$$a_{\text{final}} = 0.67 \pm 0.07$$

[Abbott et al., PRL 116, 061102 (2016)]

Trous noirs détectés en ondes gravitationnelles



LIGO/VIRGO

Plan

- 1 Définition d'un trou noir
- 2 Propriétés des trous noirs
- 3 Déconstruisons certains mythes...
- 4 Voir les trous noirs en ondes électromagnétiques
- 5 «Écouter» les trous noirs en ondes gravitationnelles
- 6 Conclusions

Conclusions

- Les trous noirs font aujourd'hui partie du **bestiaire standard de l'astrophysique**, au même titre que les planètes, les étoiles et les galaxies.

Conclusions

- Les trous noirs font aujourd'hui partie du **bestiaire standard de l'astrophysique**, au même titre que les planètes, les étoiles et les galaxies.
- La théorie des trous noirs, qui repose sur la **relativité générale**, est très bien établie ; elle conduit à des prédictions étonnantes, mais **vérifiées expérimentalement** dans des conditions moins extrêmes (dilatation des temps au voisinage de la Terre ; déviation des rayons lumineux).

Conclusions

- Les trous noirs font aujourd'hui partie du **bestiaire standard de l'astrophysique**, au même titre que les planètes, les étoiles et les galaxies.
- La théorie des trous noirs, qui repose sur la **relativité générale**, est très bien établie ; elle conduit à des prédictions étonnantes, mais **vérifiées expérimentalement** dans des conditions moins extrêmes (dilatation des temps au voisinage de la Terre ; déviation des rayons lumineux).
- On a récemment obtenu les toutes **premières images** des trous noirs **M87*** (2019) et **Sgr A*** (2022).

Conclusions

- Les trous noirs font aujourd'hui partie du **bestiaire standard de l'astrophysique**, au même titre que les planètes, les étoiles et les galaxies.
- La théorie des trous noirs, qui repose sur la **relativité générale**, est très bien établie ; elle conduit à des prédictions étonnantes, mais **vérifiées expérimentalement** dans des conditions moins extrêmes (dilatation des temps au voisinage de la Terre ; déviation des rayons lumineux).
- On a récemment obtenu les toutes **premières images** des trous noirs **M87*** (2019) et **Sgr A*** (2022).
- Les **ondes gravitationnelles**, détectées pour la première fois en 2015, ont ouvert une nouvelle fenêtre observationnelle sur les trous noirs.

Conclusions

- Les trous noirs font aujourd'hui partie du **bestiaire standard de l'astrophysique**, au même titre que les planètes, les étoiles et les galaxies.
- La théorie des trous noirs, qui repose sur la **relativité générale**, est très bien établie ; elle conduit à des prédictions étonnantes, mais **vérifiées expérimentalement** dans des conditions moins extrêmes (dilatation des temps au voisinage de la Terre ; déviation des rayons lumineux).
- On a récemment obtenu les toutes **premières images** des trous noirs **M87*** (2019) et **Sgr A*** (2022).
- Les **ondes gravitationnelles**, détectées pour la première fois en 2015, ont ouvert une nouvelle fenêtre observationnelle sur les trous noirs.
- Ces différents canaux d'observation des trous noirs vont permettre des **tests de la relativité générale**, affinant ainsi notre connaissance de l'espace-temps.

Bibliographie

- P. Binétruy, 2016, *À la poursuite des ondes gravitationnelles* (2e éd.), Dunod
- T. Damour, 2005, *Si Einstein m'était conté*, Le Cherche Midi
- S. Collion, 2019, *Voyage dans les mathématiques de l'espace-temps*, EDP Sciences
- N. Deruelle, 2015, *De Pythagore à Einstein, tout est nombre*, Belin
- N. Deruelle & J.-P. Lasota, 2018, *Les Ondes gravitationnelles*, Odile Jacob
- J.-P. Lasota, 2010, *La science des trous noirs*, Odile Jacob
- J.-P. Luminet, 2006, *Le Destin de l'Univers II*, Folio Essais
- A. Riazuelo, 2016, *Les trous noirs : à la poursuite de l'invisible*, Vuibert
video : <https://www2.iap.fr/users/riazuelo/bh/vuibert>
- M. Smerlak, 2016, *Les trous noirs*, Que sais-je?, PUF
- P. Spagnou, 2017, *Les mystères du temps*, CNRS Éditions
- K.S. Thorne, 1997, *Trous noirs et distorsions du temps*, Flammarion
- K.S. Thorne, 2014, *The Science of Interstellar*, Norton

À propos de ce document

Cette présentation a été réalisée entièrement à l'aide de **logiciels libres** :



Linux

système d'exploitation (Ubuntu)



traitement de texte



Inkscape

dessin vectoriel

April : <https://www.april.org/>
Promouvoir et défendre le logiciel libre