

Étoiles à neutrons et trous noirs

Éric Gourgoulhon
Laboratoire de l'Univers et de ses Théories (LUTH)
CNRS / Observatoire de Paris
F-92195 Meudon

`eric.gourgoulhon@obspm.fr`

`http://www.luth.obspm.fr`

Plan

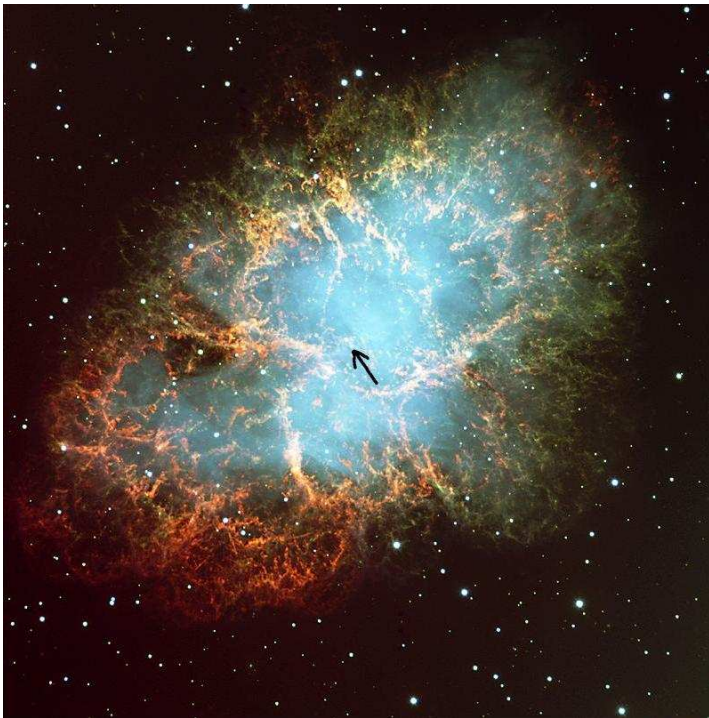
1. Étoiles à neutrons et trous noirs: des objets relativistes
2. Étoiles à neutrons: observations et théorie
3. Trous noirs: observations et théorie

1

Étoiles à neutrons et trous noirs: des objets relativistes

Étoiles à neutrons, étoiles de quarks et trous noirs = objets compacts

- Points communs:
- stade final de l'évolution des étoiles massives
 - petite taille relativement à leur masse
- ⇒ **très fort champ gravitationnel**

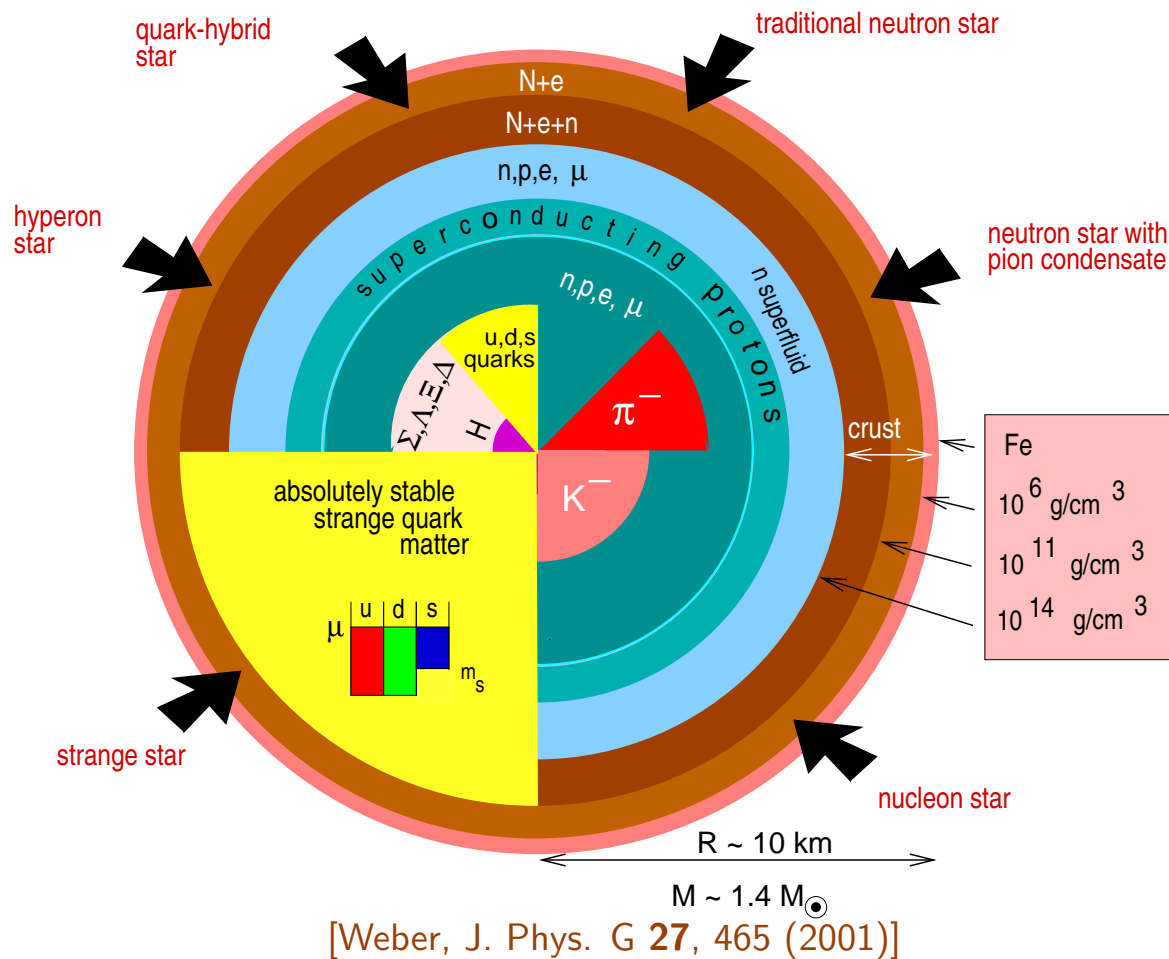


← nébuleuse du Crabe :
reste de la supernova de l'an 1054,
contient une étoile à neutrons
en rotation rapide: $P = 33$ ms (pulsar)

[VLT/ESO]

Étoiles à neutrons et étoiles de quarks = étoiles denses

Effondrement gravitationnel du cœur de fer lors de la supernova \Rightarrow petite taille de l'objet résidu



Étoile à neutrons :

$$R \sim 10 \text{ km}$$

$$M \sim 1.4 M_{\odot}$$

$$\rho_c \sim 2 - 10 \rho_{\text{nuc}}$$

$$(\rho_{\text{nuc}} := 2 \times 10^{17} \text{ kg m}^{-3})$$

\Rightarrow intérieur régi par

l'interaction forte (QCD)

Objet compact = astre relativiste

grande masse ($M \sim M_{\odot}$)
 petit rayon ($R \sim 10 \text{ km}$) } \implies fort champ gravitationnel

Question: que signifie un champ gravitationnel *fort* ?

Réponse: l'énergie du champ gravitationnel est une fraction importante de l'énergie de masse:

$$\Xi := \frac{|E_{\text{grav}}|}{Mc^2} > 10^{-3}$$

- E_{grav} = énergie potentielle gravitationnelle: $E_{\text{grav}} \sim -GM^2/R$
- Mc^2 = énergie de masse

Ξ = facteur de relativité ou paramètre de compacité

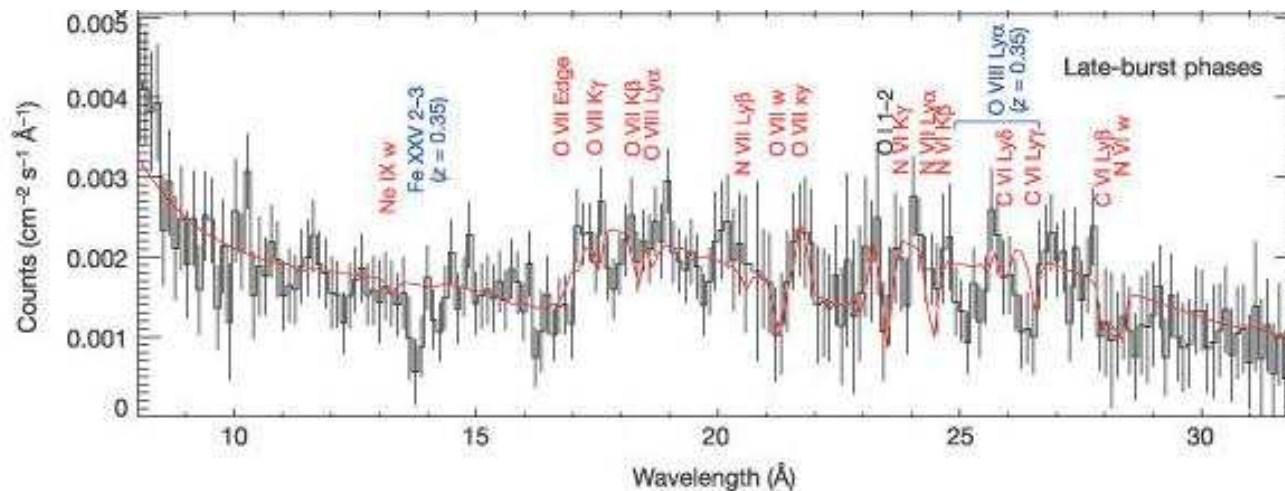
$$\Xi \sim \frac{GM}{c^2 R} \sim \frac{|\Phi_{\text{surf}}|}{c^2}$$

Terre: $\Xi \sim 10^{-10}$, Soleil: $\Xi \sim 10^{-6}$, naine blanche: $\Xi \sim 10^{-4} - 10^{-3}$
 étoile à neutrons: $\Xi \sim 0.2$, trou noir: $\Xi = 1$

Ξ grand \implies nécessité d'un traitement relativiste de la gravitation

Observations d'effets relativistes forts

Mesure à l'aide du satellite XMM-Newton du **décalage spectral gravitationnel** (effet Einstein) de raies du fer et de l'oxygène à la surface d'une étoile à neutrons



Décalage spectral mesuré:

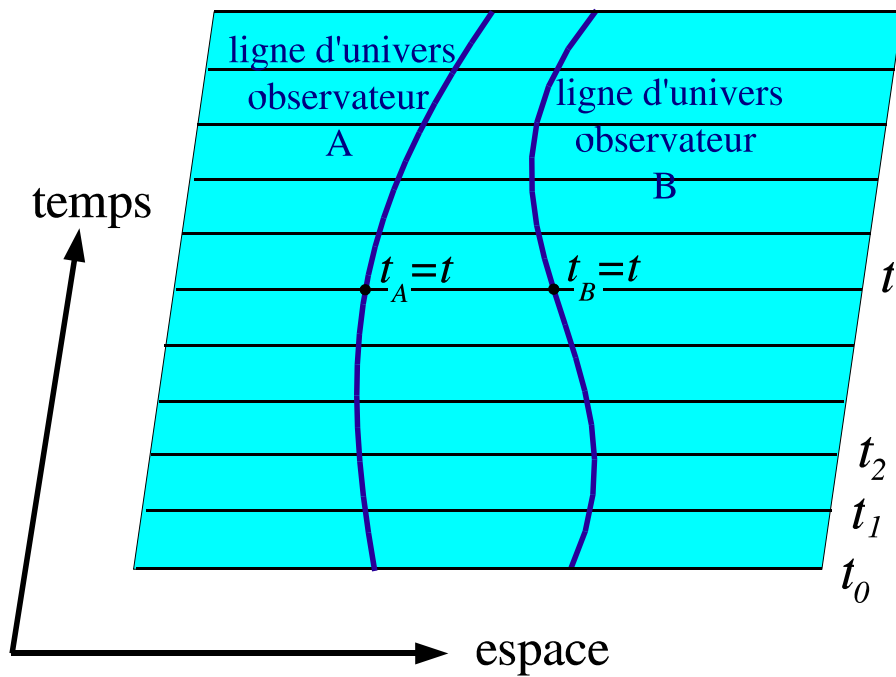
$$z = \frac{\lambda_{\infty} - \lambda}{\lambda} = 0.35$$

NB: $z_{\text{Doppler}} \sim 10^{-3}$

LMXB EXO0748-676 [Cottam, Paerels & Mendez, Nature **420**, 51 (2002)]

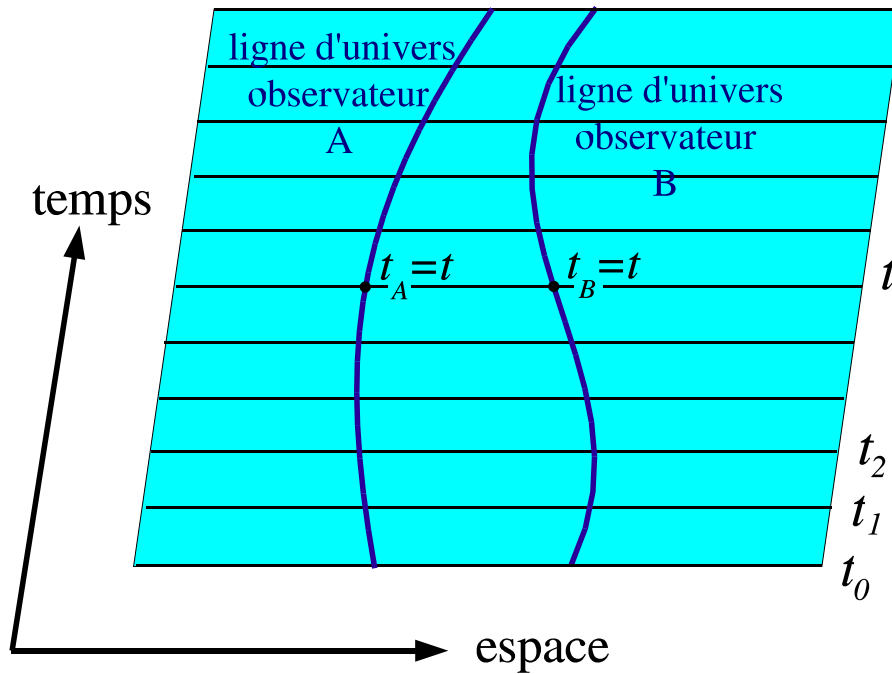
$$z = (1 - 2\Xi)^{-1/2} - 1 = 0.35 \quad \Rightarrow \quad \Xi = \frac{GM}{c^2 R} = 0.23$$

L'espace-temps relativiste

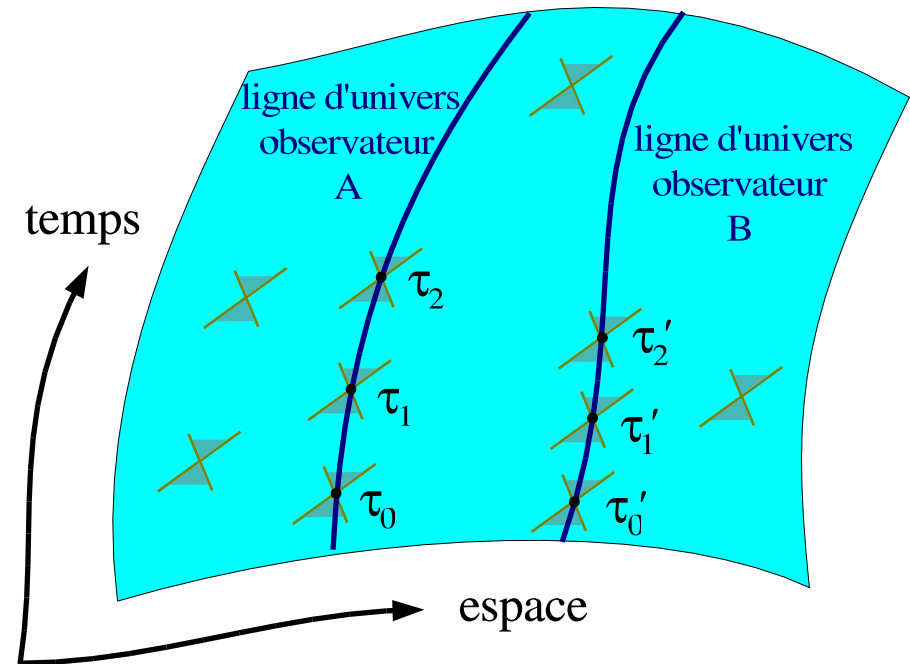


Espace-temps newtonien
structure: temps universel

L'espace-temps relativiste

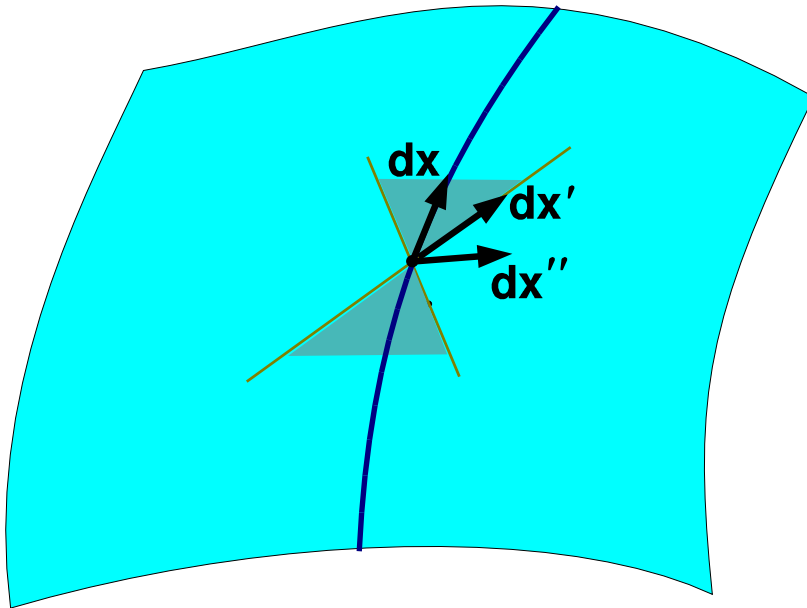


Espace-temps newtonien
structure: temps universel



Espace-temps de la relativité générale
structure: cônes de lumière (tenseur métrique)

Le tenseur métrique



tenseur métrique g = forme bilinéaire symétrique signature $(-, +, +, +)$ telle que

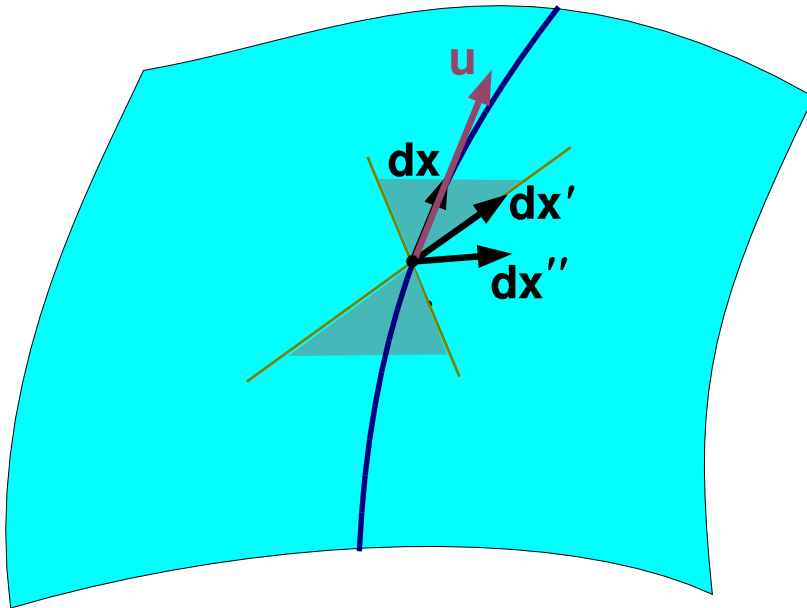
- temps propre pour un déplacement dx :

$$d\tau^2 = -g(dx, dx) = -g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -dx \cdot dx$$
- le long du cône de lumière :

$$g(dx', dx') = 0$$
- distance propre pour un déplacement dx'' :

$$dl^2 = g(dx'', dx'')$$

Le tenseur métrique



tenseur métrique \mathbf{g} = forme bilinéaire symétrique signature $(-, +, +, +)$ telle que

- temps propre pour un déplacement \mathbf{dx} :

$$d\tau^2 = -\mathbf{g}(\mathbf{dx}, \mathbf{dx}) = -g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -\mathbf{dx} \cdot \mathbf{dx}$$
- le long du cône de lumière :

$$\mathbf{g}(\mathbf{dx}', \mathbf{dx}') = 0$$
- distance propre pour un déplacement \mathbf{dx}'' :

$$dl^2 = \mathbf{g}(\mathbf{dx}'', \mathbf{dx}'')$$

Quadrivitesse le long d'une ligne d'univers: $\mathbf{u} := \frac{\mathbf{dx}}{d\tau}$

NB: $\mathbf{g}(\mathbf{u}, \mathbf{u}) = -1$

Dynamique de l'espace-temps

Équation d'Einstein :

$$\mathbf{R} - \frac{1}{2}R \mathbf{g} = \frac{8\pi G}{c^4} \mathbf{T}$$

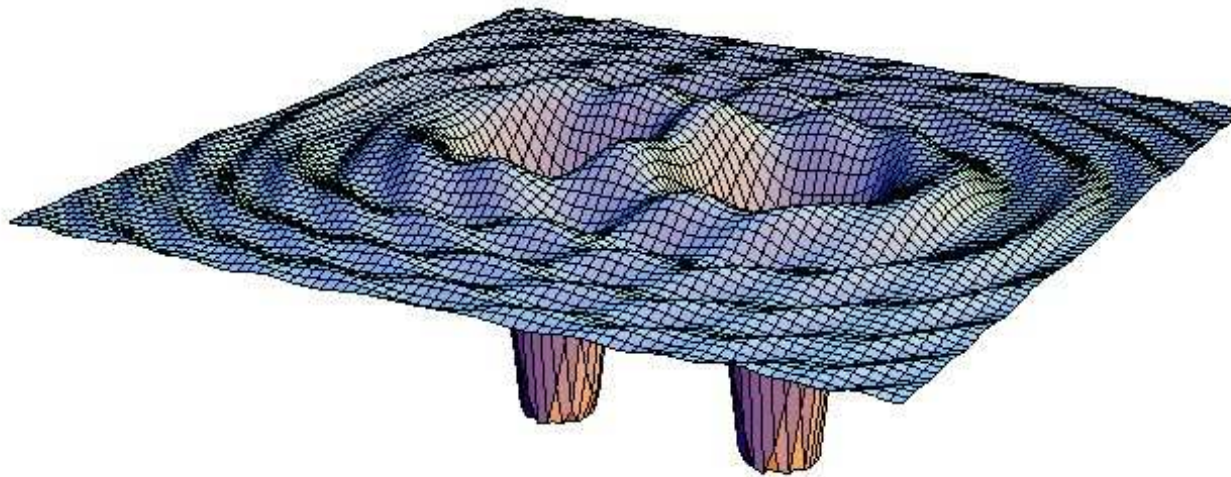
- \mathbf{R} = tenseur de Ricci = trace du **tenseur de courbure** (tenseur de Riemann) :
 “ $\mathbf{R} \sim \mathbf{g} \partial^2 \mathbf{g} + \mathbf{g} \partial \mathbf{g} \partial \mathbf{g}$ ”
- $R = \text{Trace}(\mathbf{R})$
- \mathbf{T} = **tenseur énergie-impulsion** de la matière = forme bilinéaire symétrique telle que
 - ★ $E := \mathbf{T}(\mathbf{u}, \mathbf{u})$ est la densité d'énergie de la matière mesurée par un observateur \mathcal{O} de quadrivitesse \mathbf{u}
 - ★ $p_i := -\mathbf{T}(\mathbf{u}, \mathbf{e}_i)$ composante i de la densité d'impulsion de la matière mesurée par \mathcal{O} dans la direction \mathbf{e}_i
 - ★ $S_{ij} := \mathbf{T}(\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j)$ composante i de la force exercée par la matière sur l'unité de surface normale à \mathbf{e}_j

Ondes gravitationnelles

Linéarisation de l'équation d'Einstein en champ faible ($\mathbf{g} = \boldsymbol{\eta} + \mathbf{h}$, $\boldsymbol{\eta}$:= métrique de Minkowski¹)

$$\implies \square \bar{\mathbf{h}} = 0 \quad (\text{en jauge de Lorentz})$$

avec $\square := \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu$, $\bar{\mathbf{h}} := \mathbf{h} - \frac{1}{2} h \boldsymbol{\eta}$ et $h := \text{Trace}(\mathbf{h})$.



Puissance totale émise:

$$L \sim \frac{c^5}{G} s^2 \left(\frac{v}{c}\right)^6 \Xi^2$$

s = facteur d'asymétrie

v = vitesse caractéristique dans la source

Ξ = **compacité**

\implies **Bons émetteurs d'ondes gravitationnelles = objets compacts**

¹ $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ en coordonnées cartésiennes
Mercredis de l'Observatoire (Meudon, 3 mars 2004)

Détection des ondes gravitationnelles

Des détecteurs d'ondes gravitationnelles entrent en service...



VIRGO, Cascina, Italie

$10 \text{ Hz} < f < 10^3 \text{ Hz}$

(inauguration le 23 juillet 2003)

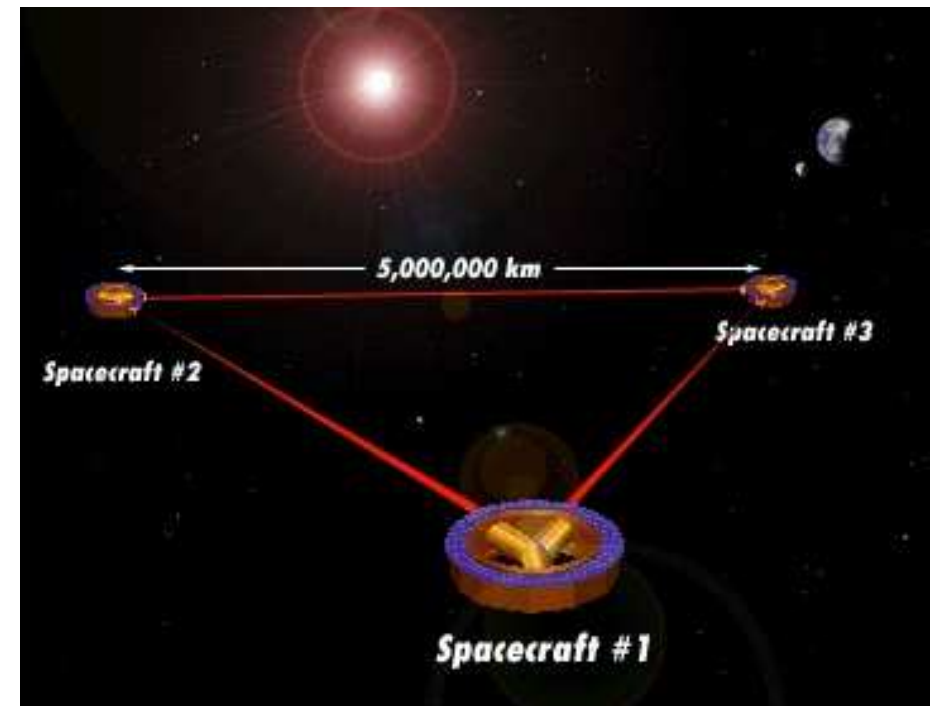
Autres détecteurs: LIGO, GEO600, TAMA

i

Mercredis de l'Observatoire (Meudon, 3 mars 2004)

$$\delta L = hL, \quad h \sim 10^{-21}$$

...ou seront lancés dans un futur pas trop lointain (2011)



LISA (ESA/NASA)

$10^{-4} \text{ Hz} < f < 10^{-1} \text{ Hz}$

Modélisation des sources d'ondes gravitationnelles

Ondes gravitationnelles = nouveau vecteur d'information pour l'astronomie, complémentaire du **photon**:

- se propagent pratiquement sans absorption
- proviennent d'objets qui n'émettent pas ou peu de photons (ex: trous noirs)

Calcul théorique des formes d'ondes gravitationnelles

- nécessaire pour la détection des ondes (extraction du signal du bruit de fond à faible S/N)
- permet l'analyse du signal et la détermination des caractéristiques de la source

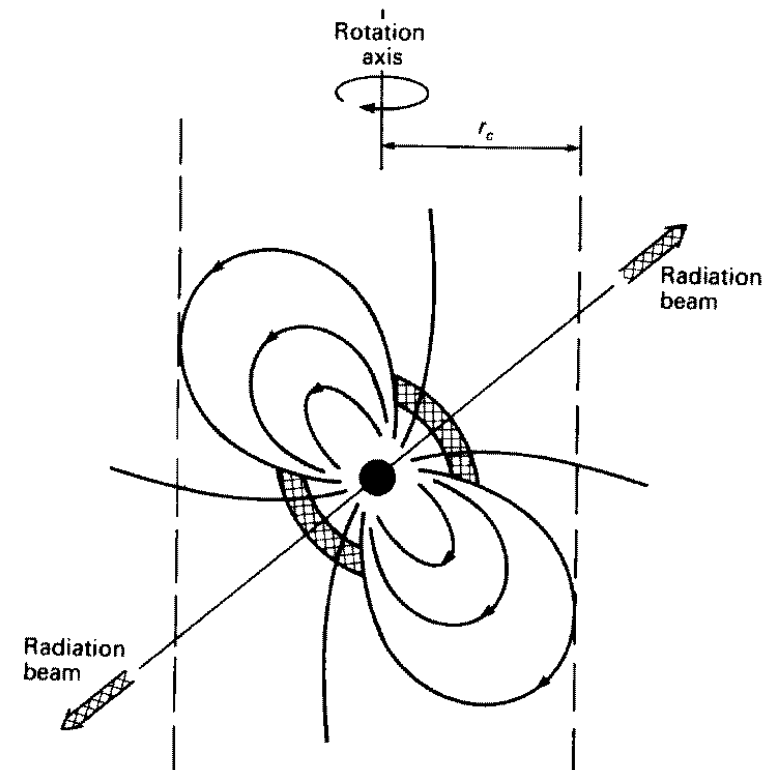
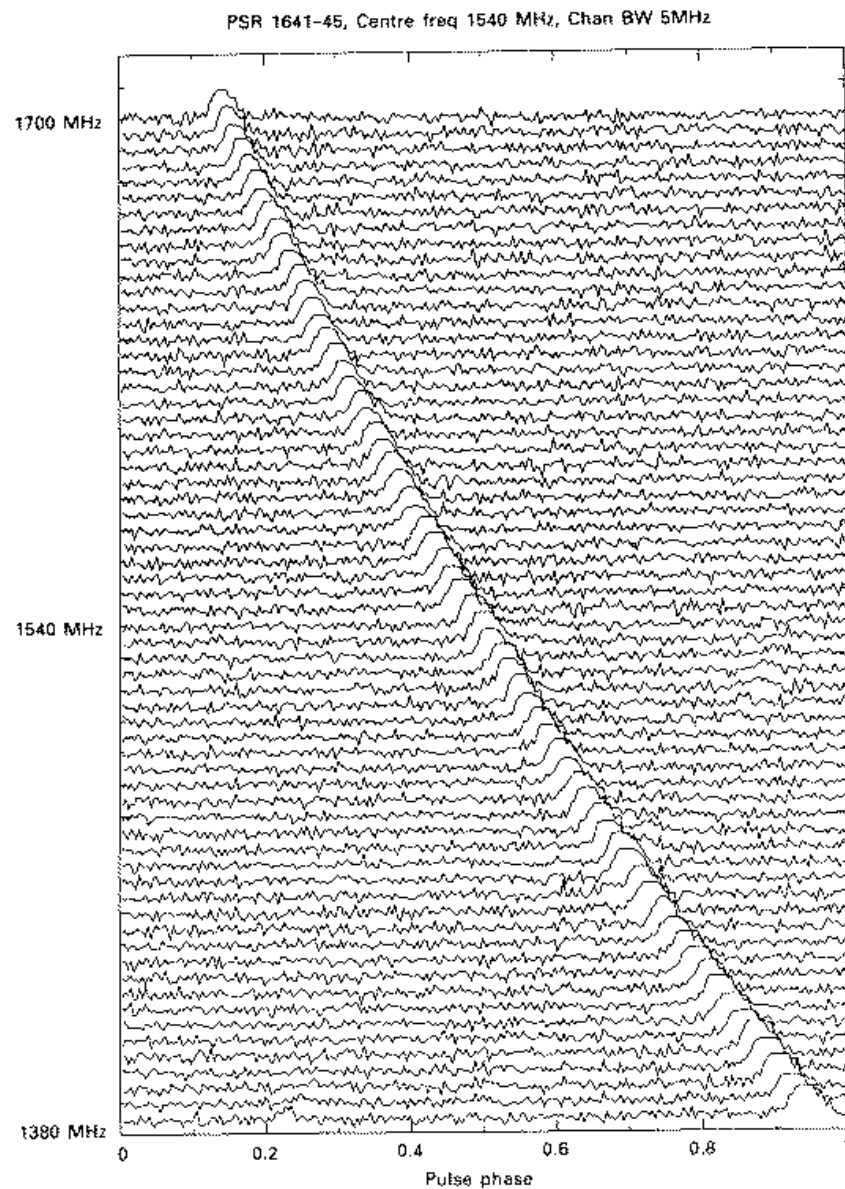
Sources principales = objets compacts (étoiles à neutrons, trous noirs), dont la dynamique est régie par la relativité générale

⇒ **il faut résoudre l'équation d'Einstein**

2

Étoiles à neutrons

Observations radio des étoiles à neutrons: pulsars



[Lyne & Graham-Smith (1990)]

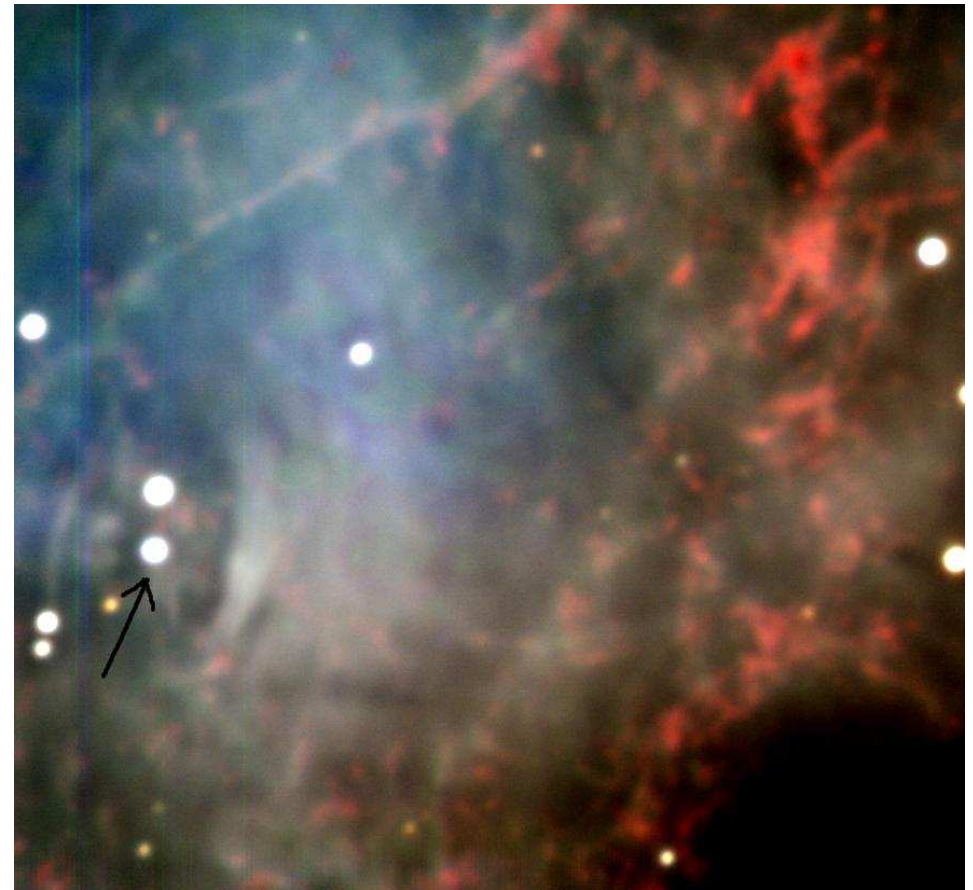
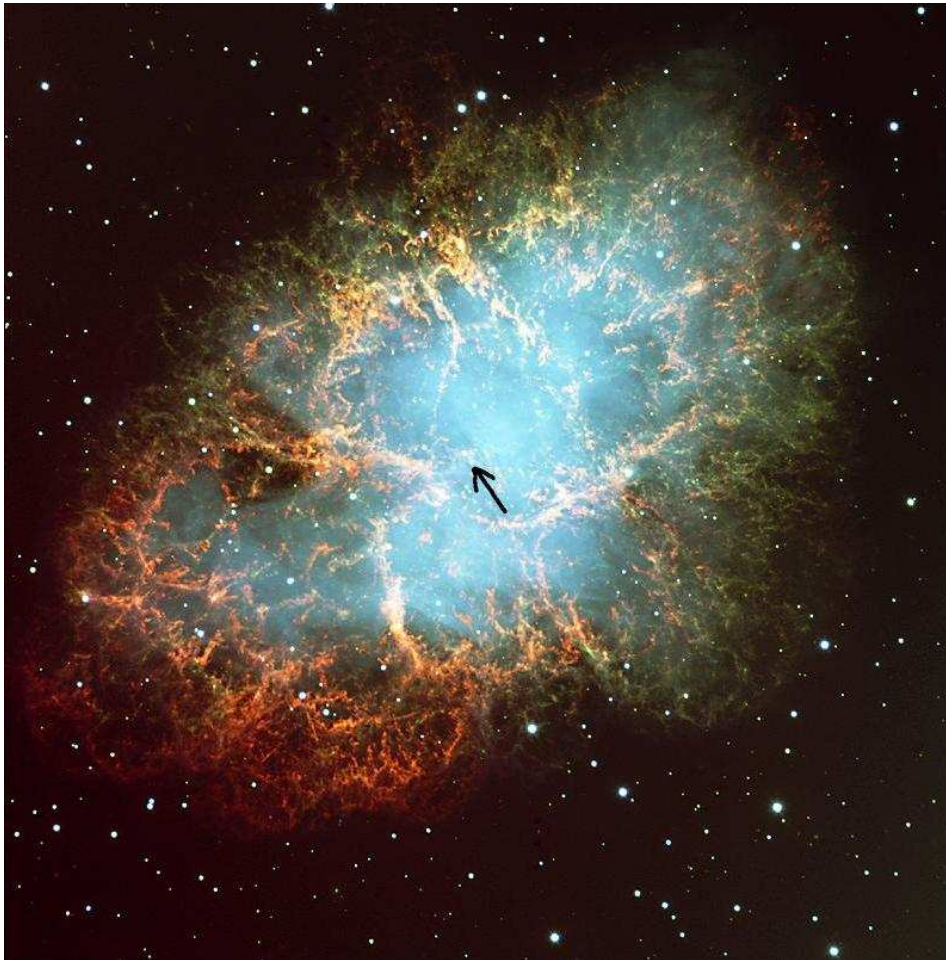
1967: découverte du premier pulsar (A. Hewish & J. Bell)

2004: \sim 1600 pulsars connus

[Lyne & Graham-Smith (1990)]

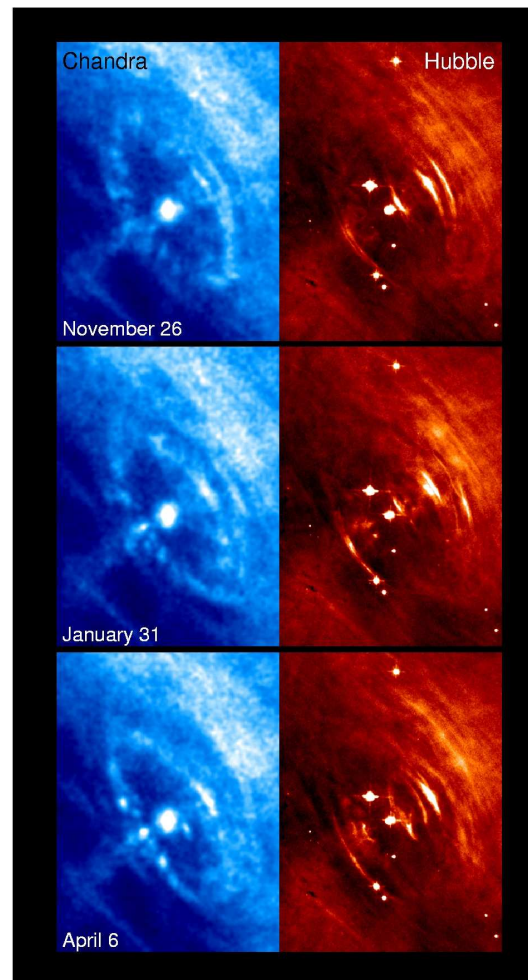
Mercredis de l'Observatoire (Meudon, 3 mars 2004)

Observations en optique



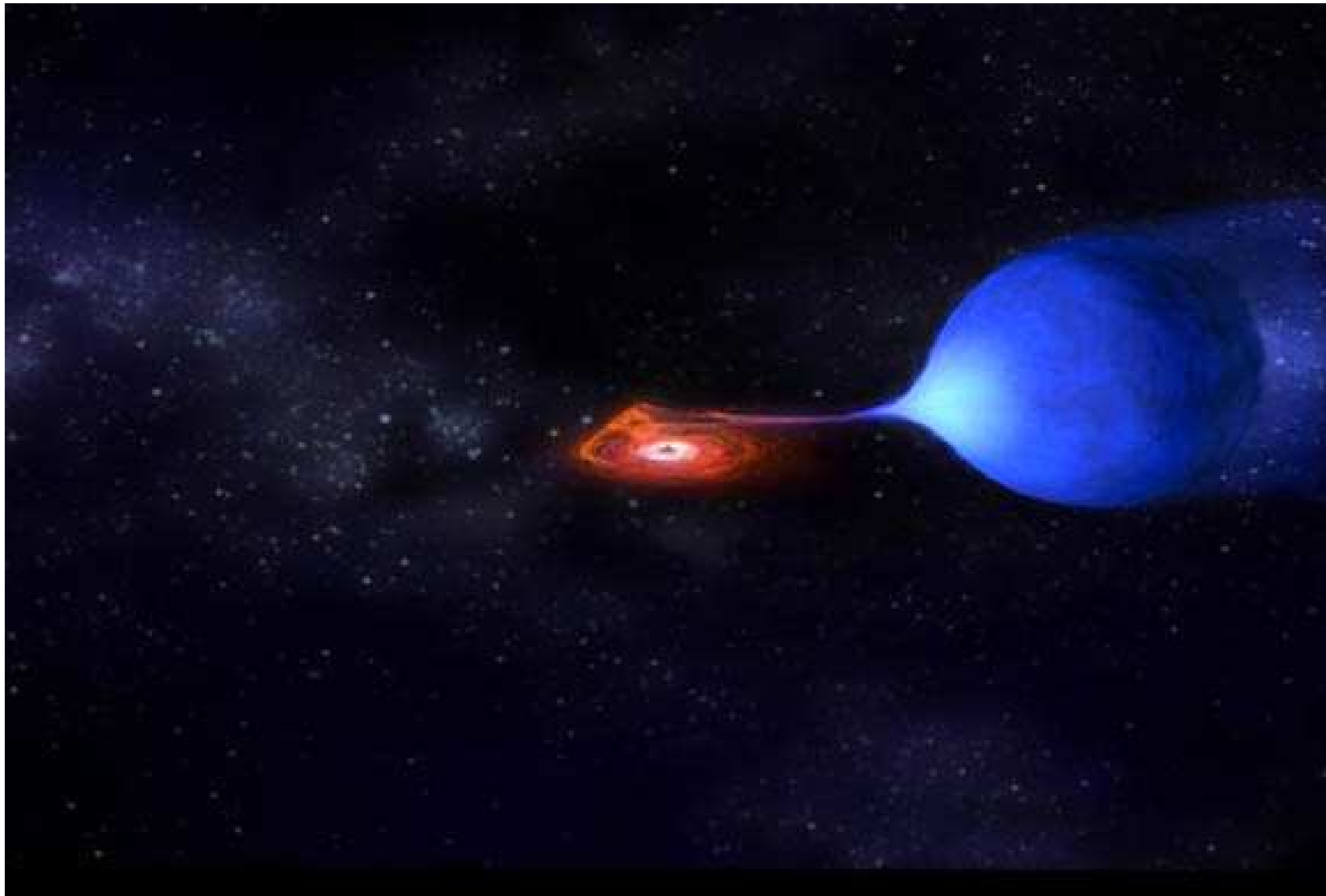
Nébuleuse du Crabe (M 1) vue par le VLT [source: ESO].

Observations à haute énergie



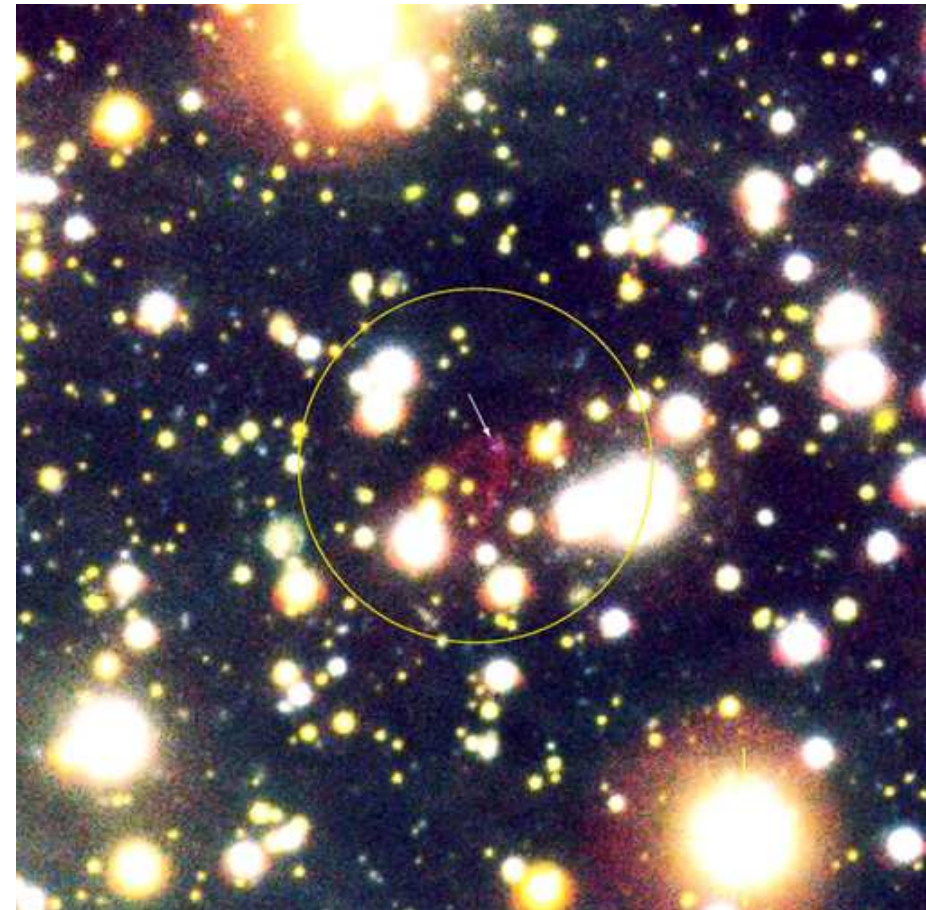
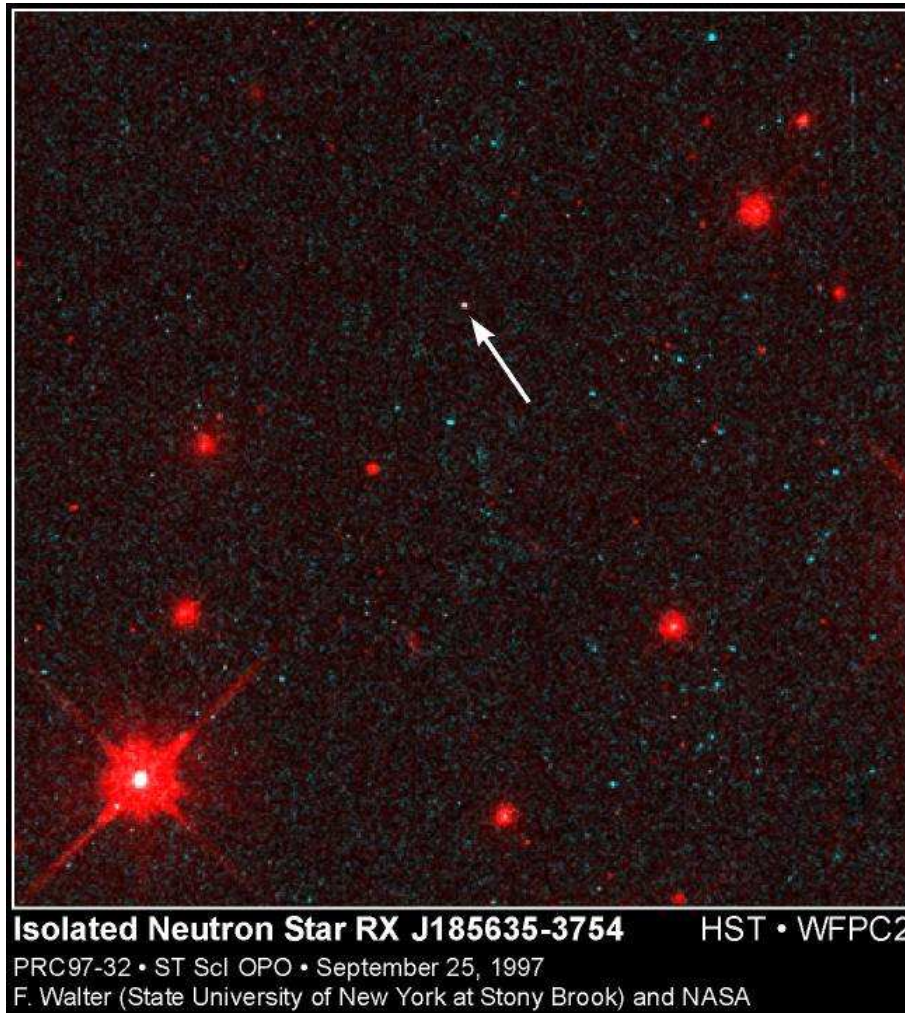
Voisinage du pulsar du Crabe en X (Chandra) et en optique (HST).

Observations à haute énergie: binaires X

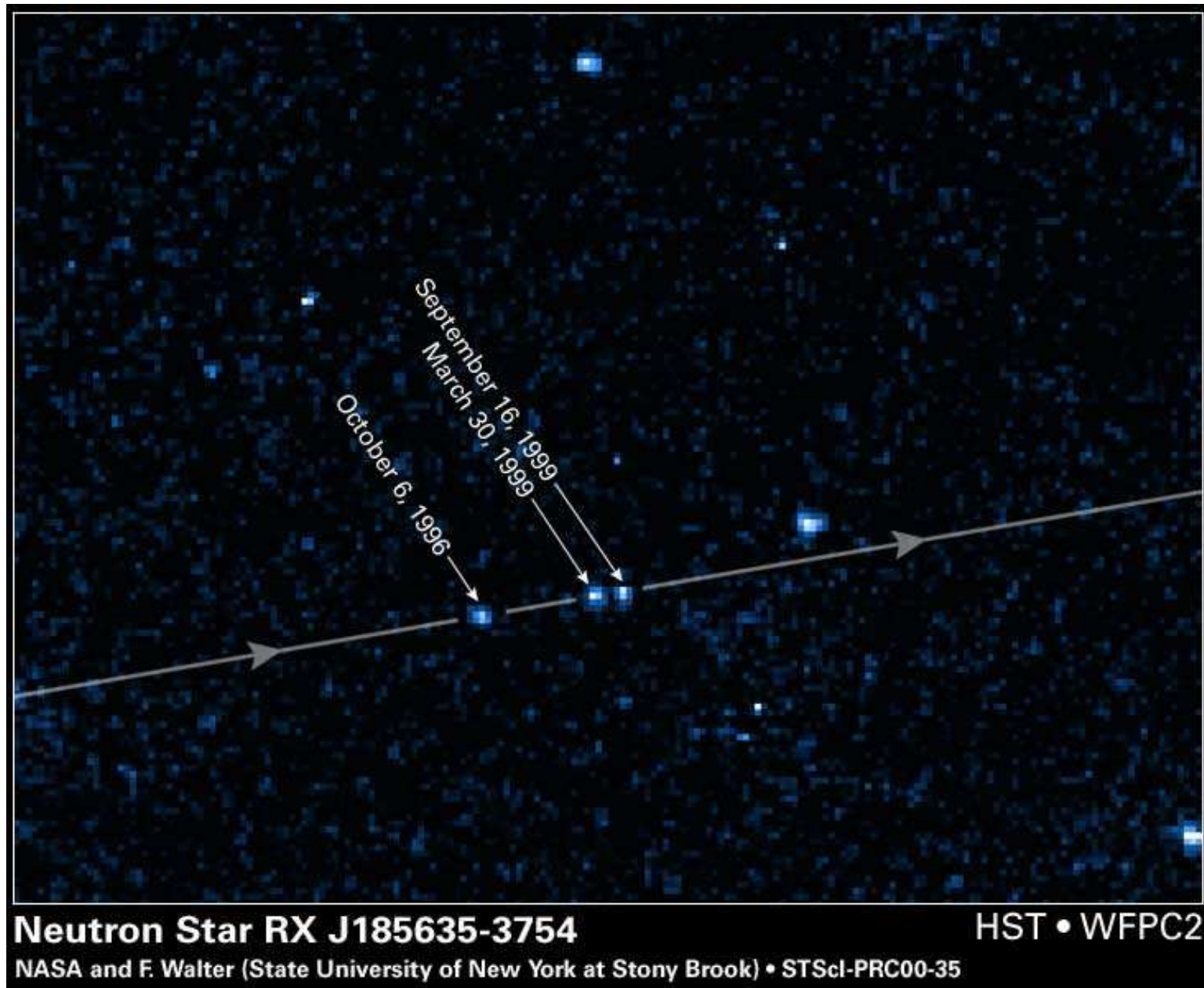


Binaire X (vue d'artiste, NASA/Dana Berry) .

Observations des étoiles à neutrons isolées



Étoile à neutrons isolée RX J185635-3754. *A gauche*: image prise par le HST (WFPC2); la magnitude de l'étoile à neutrons est d'environ 26. *A droite*: image VLT Kueyen + FORS2 (champ: 80'' × 80'').

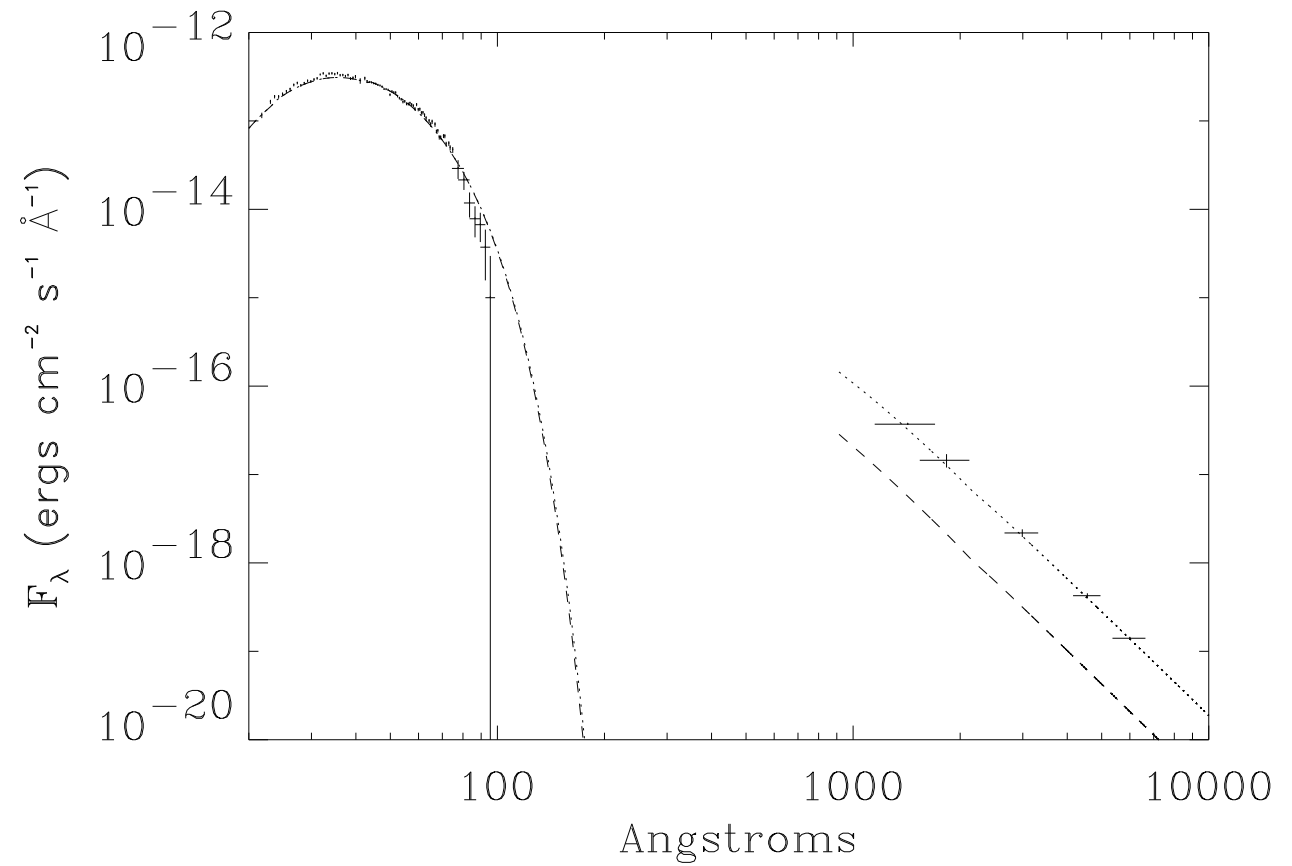


Mouvement propre de l'étoile à neutrons RX J185635-3754 ($d = 120 - 140$ pc).

Mercredis de l'Observatoire (Meudon, 3 mars 2004)

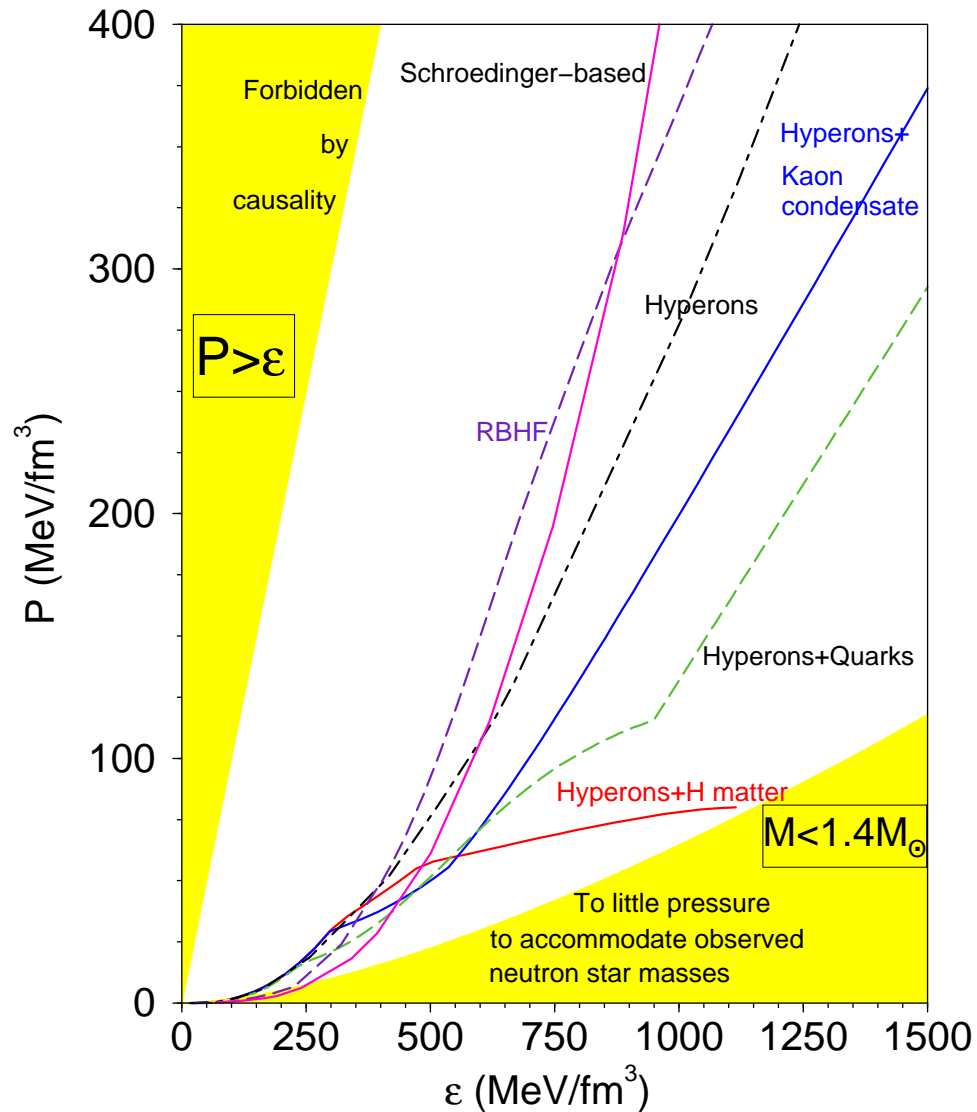


RX J185635-3754: image
en X par Chandra



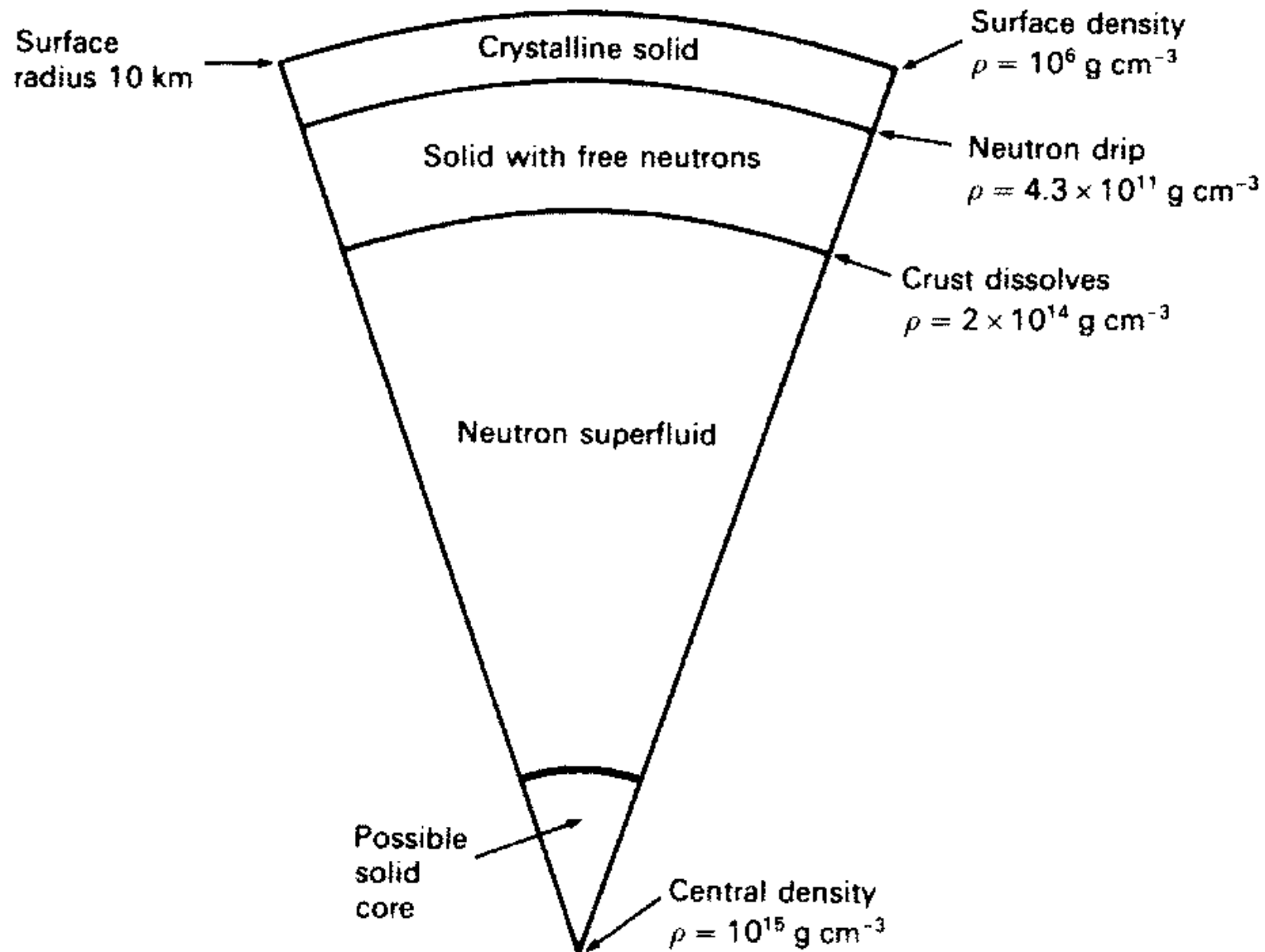
RX J185635-3754: spectre (données Chandra,
EUVE et HST): $kT = 63$ eV

Modèles théoriques d'étoiles à neutrons

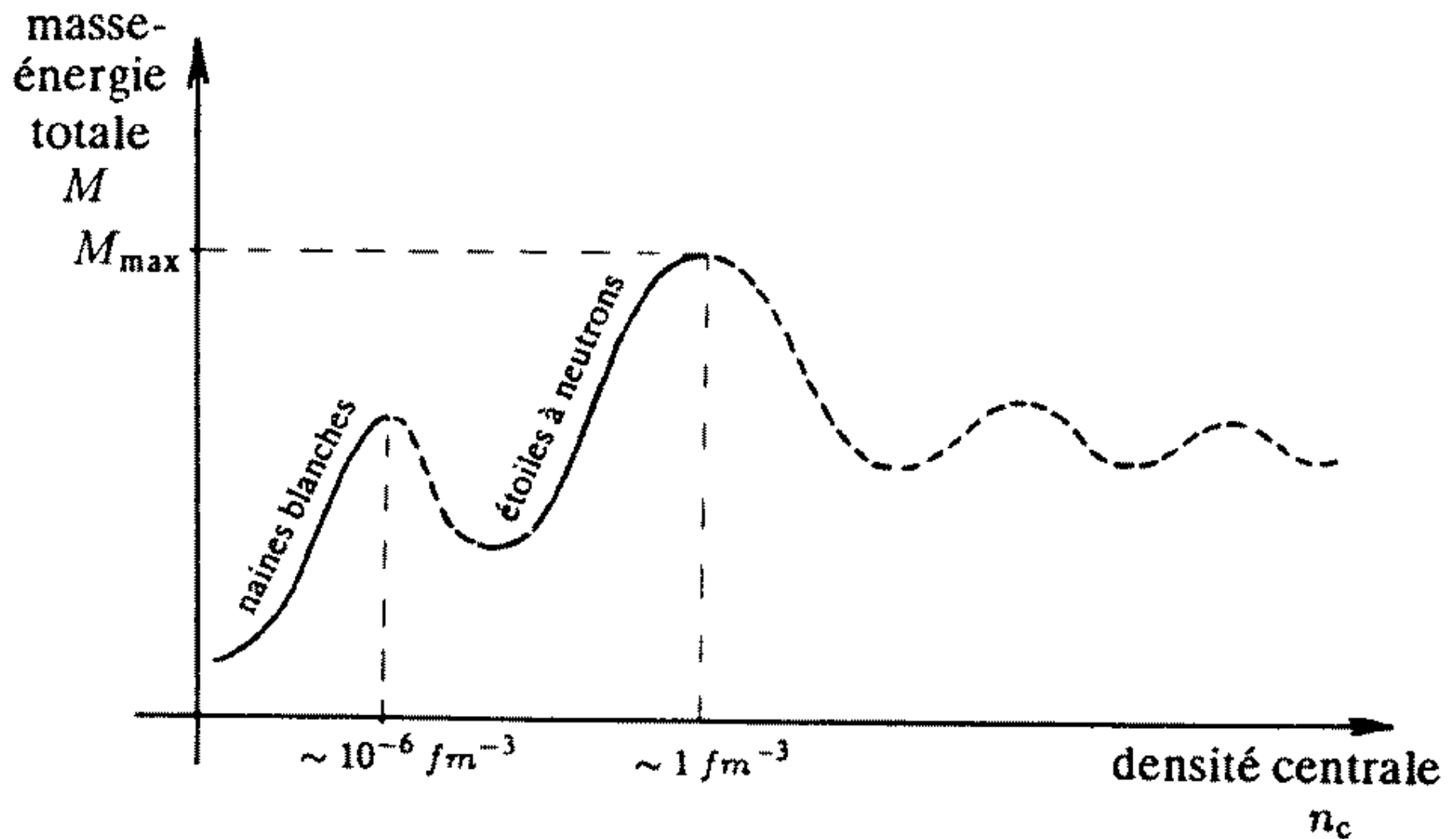


Différentes équations d'état $p = p(\epsilon)$ de la matière à haute densité. ϵ représente la densité d'énergie totale. La densité nucléaire correspond à $\epsilon \sim 140 \text{ MeV fm}^{-3}$

[Weber, J. Phys. G **27**, 465 (2001)]

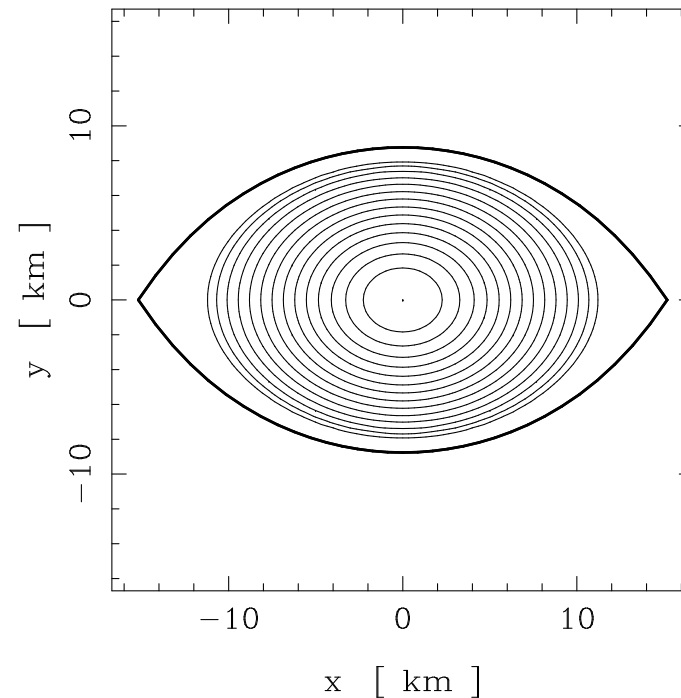


Coupe (schématique) d'une étoile à neutrons.



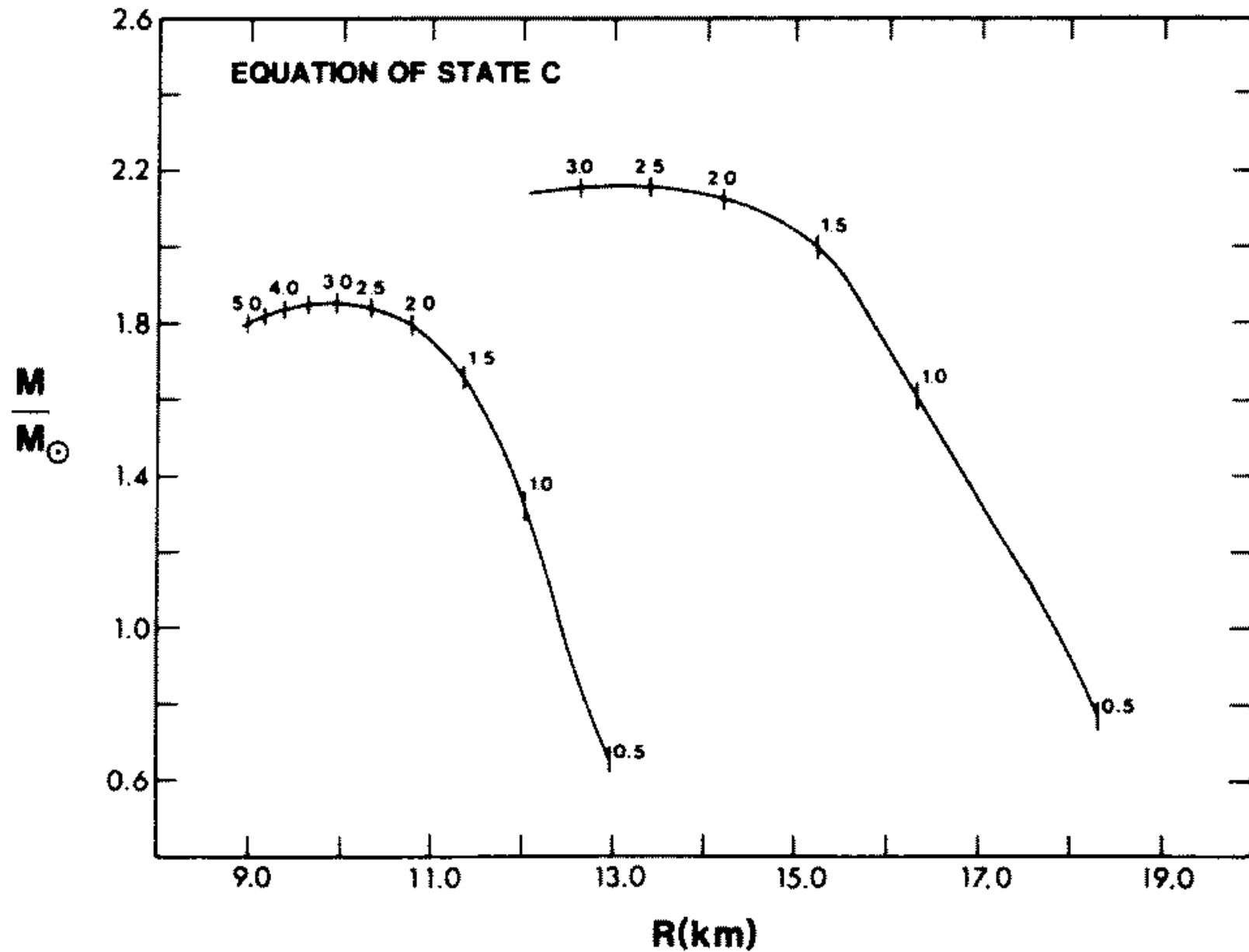
Masse-énergie totale M en fonction de la densité baryonique centrale n_c , pour une équation d'état donnée.

Prise en compte de la rotation

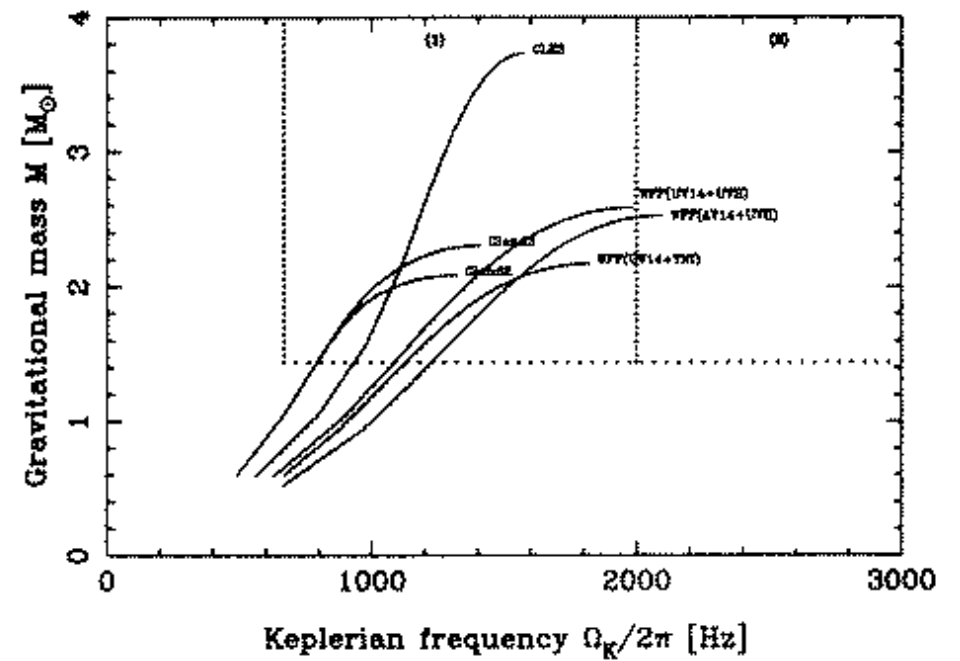
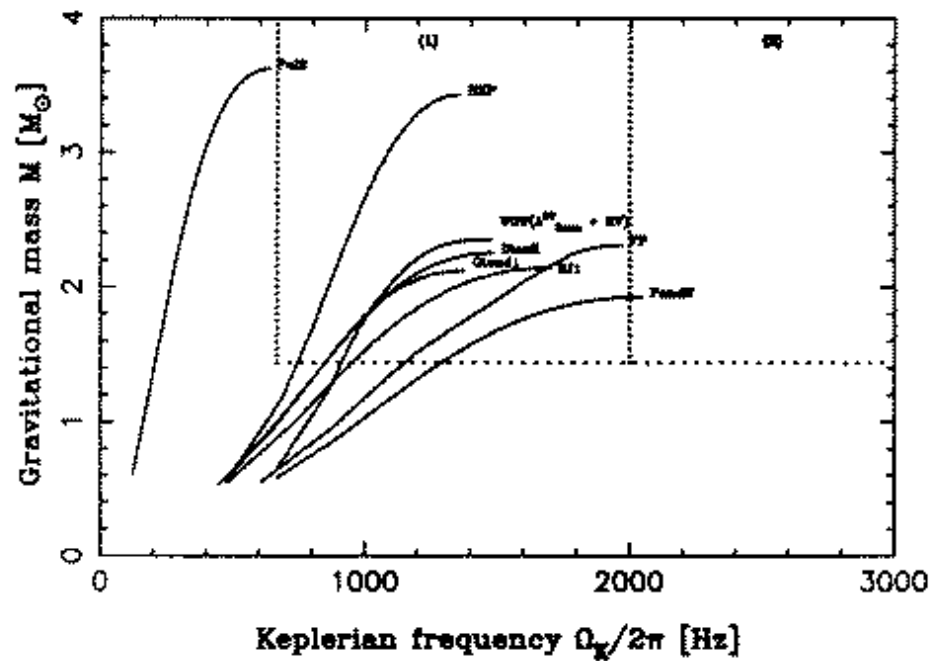


Coupe dans un plan méridien d'une étoile à neutrons de $1.47 M_{\odot}$ construite à partir de l'équation d'état I de Bethe-Johnson (1974) et tournant à la vitesse angulaire maximale Ω_K .

[Salgado, Bonazzola, Gourgoulhon & Haensel, A&A **291**, 155 (1994)]



Relation entre la masse-énergie totale M et le rayon équatorial R pour l'équation d'état I de Bethe & Johnson (1974).

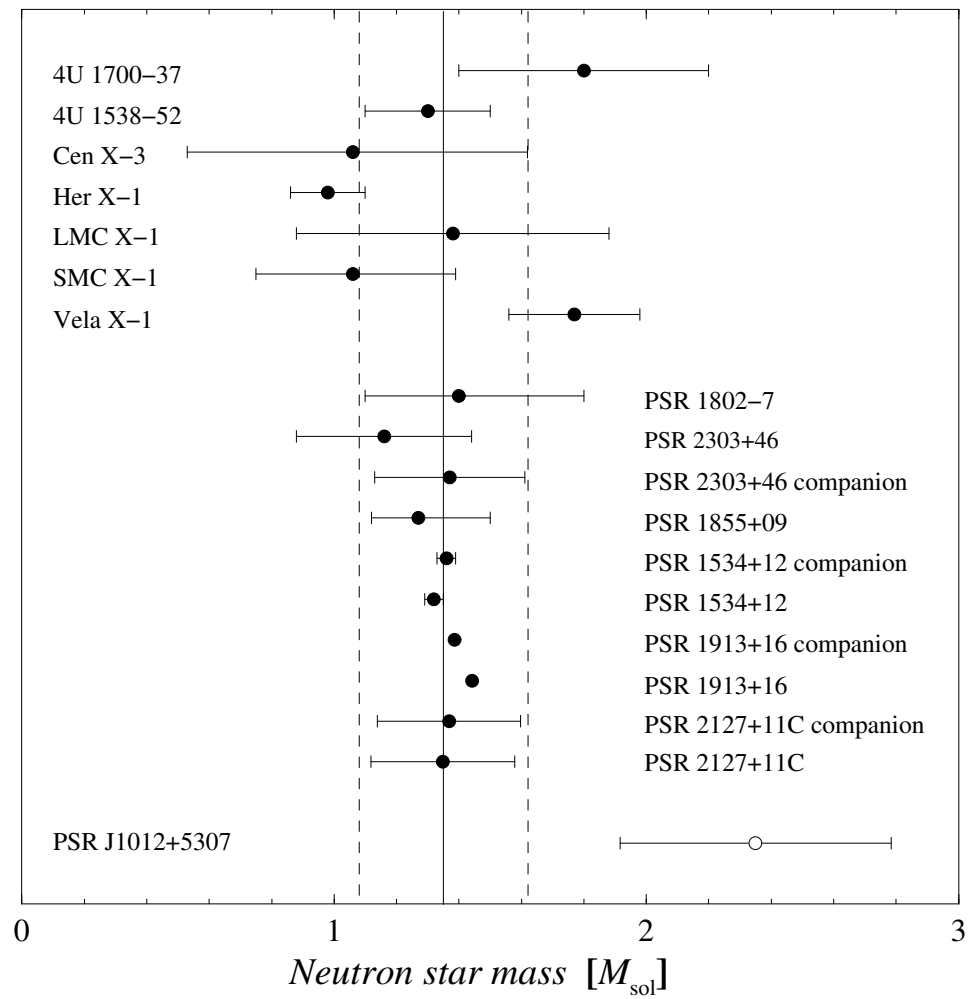


Masse-énergie totale M en fonction de la fréquence de rotation keplerienne $\Omega_K/2\pi$ pour diverses équations d'état de la matière nucléaire.

Masses mesurées dans les pulsars binaires

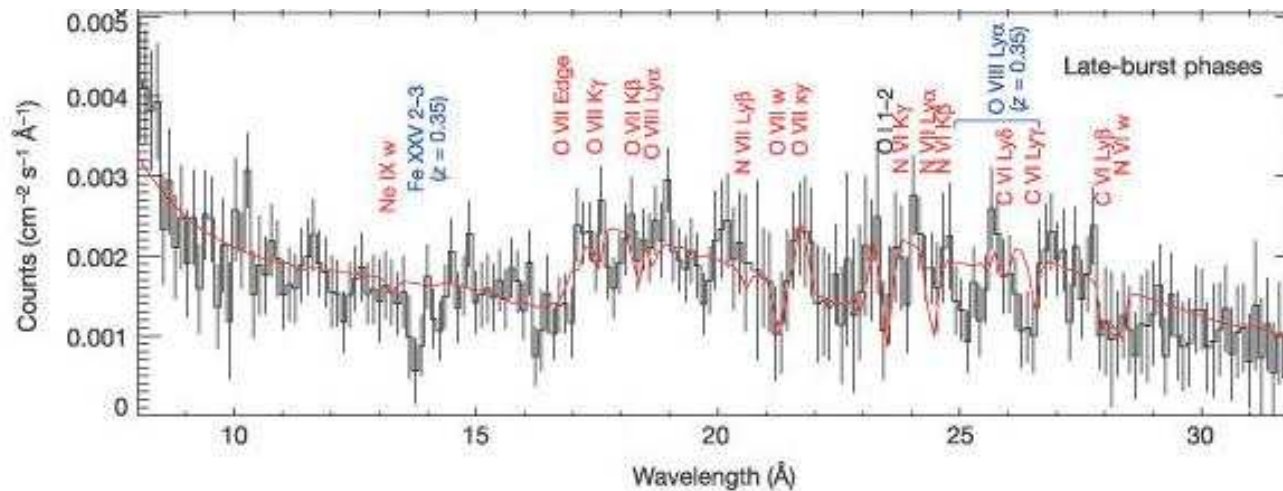
PSR	P_{pulsar} [ms]	P_{orb} [h]	$a \sin i$ [km]	M_{pulsar} [M_{\odot}]	$M_{\text{compagnon}}$ [M_{\odot}]	Ref.
B1913+16	59	7 h 45 min	$7.0 \cdot 10^5$	1.4408 (3)	1.3873 (3)	[1]
B1534+12	38	10 h 05 min	$1.2 \cdot 10^6$	1.3332 (10)	1.3452 (10)	[2]
B2127+11C	31	8 h 09 min	$7.6 \cdot 10^5$	1.344 (23)	1.374 (23)	[3]
J0737-3039	23; 2773	2 h 27 min	$4.2 \cdot 10^5$	1.337(5)	1.250 (5)	[4]
J1141-6545	393	4 h 44 min	$5.6 \cdot 10^5$	1.30 (2)	0.986 (20)	[5]
B1855+09	5.4	12.3 j	$2.8 \cdot 10^6$	1.503 (15)	0.262 (2)	
J1713+0747	4.6	68 j	$9.7 \cdot 10^6$	1.32 (5)	0.22 (2)	

[1] Weisberg & Taylor 2003, [2] Stairs et al. 2002, [3] dans M 15, [4] Lyne et al. 2004, [5] Bailes et al. 2003



Masses mesurées de 18 étoiles à neutrons

Mesure à l'aide du satellite XMM-Newton du **décalage spectral gravitationnel** (effet Einstein) de raies du fer et de l'oxygène à la surface d'une étoile à neutrons



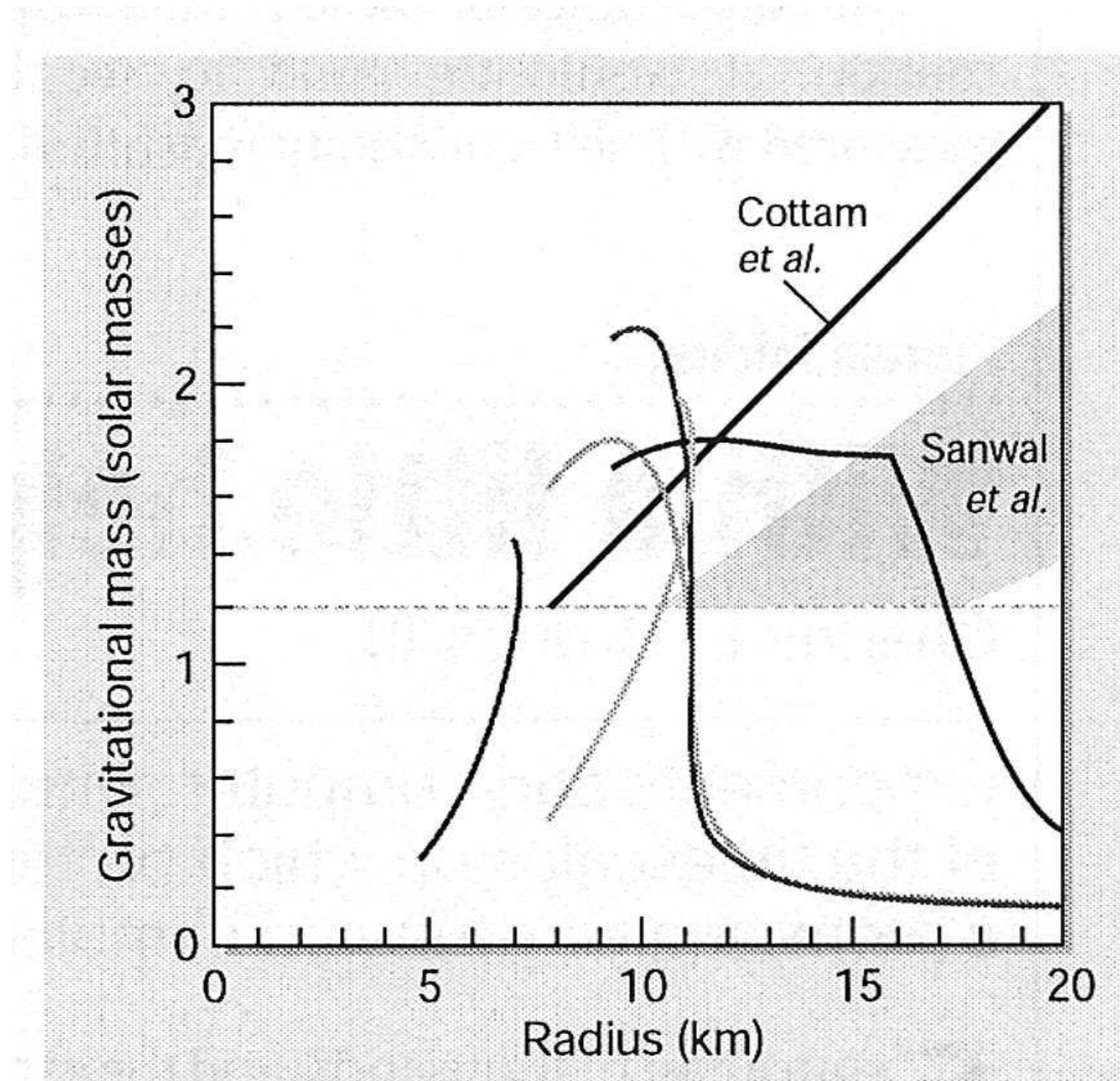
Décalage spectral mesuré:

$$z = \frac{\lambda_{\infty} - \lambda}{\lambda} = 0.35$$

NB: $z_{\text{Doppler}} \sim 10^{-3}$

LMXB EXO0748-676 [Cottam, Paerels & Mendez, Nature **420**, 51 (2002)]

$$z = (1 - 2\Xi)^{-1/2} - 1 = 0.35 \quad \Rightarrow \quad \Xi = \frac{GM}{c^2 R} = 0.23$$

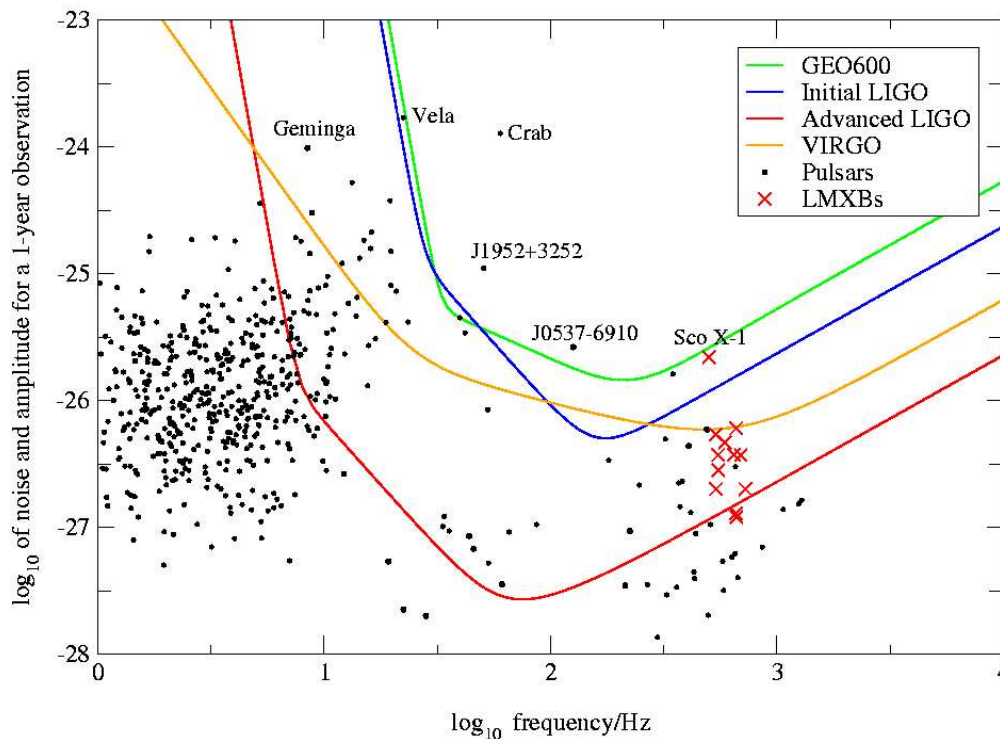


Mesure du facteur de compacité $\Xi = 0.23$ dans EXO 0748-676

Observer les étoiles à neutrons en ondes gravitationnelles

Étoile parfaitement symétrique par rapport à son axe de rotation \implies pas d'OG
 Déviation $\epsilon \neq 0$ par rapport à l'axisymétrie \implies émission d'ondes gravitationnelles
 d'amplitude (P : période de rotation, r : distance, I : moment d'inertie)

$$h_0 = 4.2 \times 10^{-24} \left(\frac{\text{ms}}{P}\right)^2 \left(\frac{\text{kpc}}{r}\right) \left(\frac{I}{10^{38} \text{ kg m}^2}\right) \left(\frac{\epsilon}{10^{-6}}\right)$$



Sources d'asymétrie:

- “montagnes” dans l'écorce solide
- champ magnétique
- instabilités

Bornes supérieures:

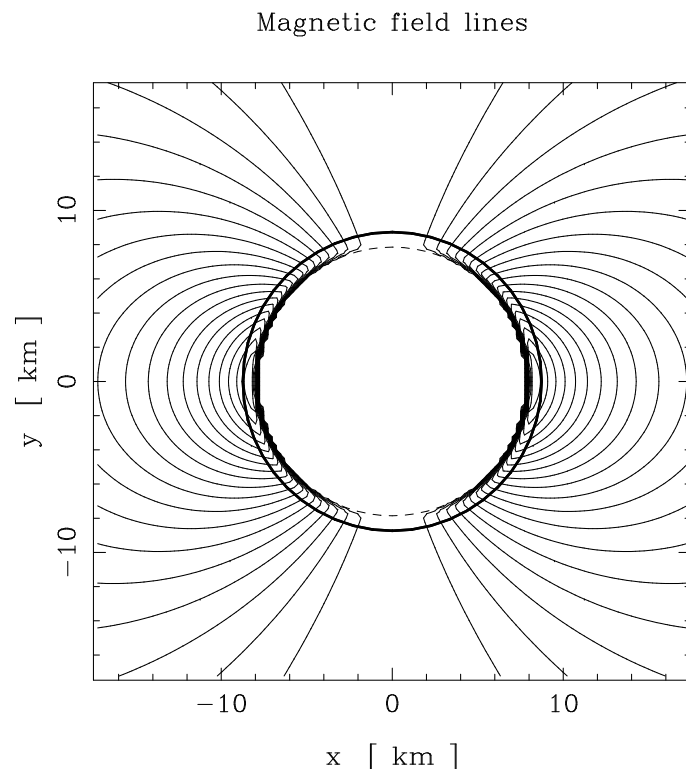
$$\dot{P}_{\text{OG}} < \dot{P}_{\text{mesuré}}$$



[Jones, CQG **19**, 1255 (2002)]

Calcul de l'émission induite par le champ magnétique

- Premiers calculs relativistes de la déformation de l'étoile à neutrons par son champ magnétique (forces de Laplace sur les courants électriques qui parcourent l'étoile)
- Prise en compte d'une équation d'état réaliste de la matière nucléaire (Wiringa, Fiks & Fabrocini 1988)
- Utilisation d'une formule pleinement relativiste pour l'émissivité gravitationnelle (Ipser 1971)



$$\text{déformation } \epsilon = \beta \frac{\mathcal{M}^2}{\mathcal{M}_0^2}$$

β dépend de la configuration magnétique

Conclusion: détectabilité par VIRGO ($h > 10^{-26}$) \implies champ magnétique stochastique ou intérieur supraconducteur de type II

[Bonazzola & Gourgoulhon, A&A **312**, 675 (1996)]

L'hypothèse des étoiles de quarks étranges

1971: A.R. Bodmer → l'état fondamental de la matière nucléaire pourrait être un état de **quarks déconfinés**

1984: E. Witten reformule (indépendamment) cette idée, et considère la possibilité selon laquelle les étoiles à neutrons seraient en fait des **étoiles de quarks étranges**

1986: Premiers modèles numériques d'étoiles de quarks étranges statiques par P. Haensel, J.L. Zdunik & R. Schaeffer et C. Alcock, E. Farhi & A.V. Olinto

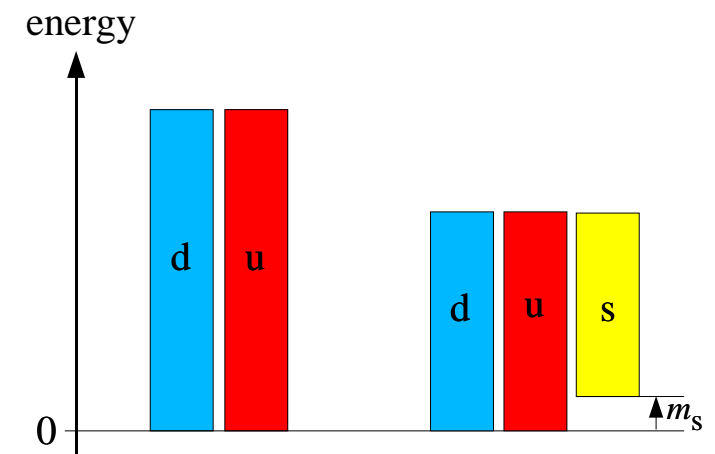
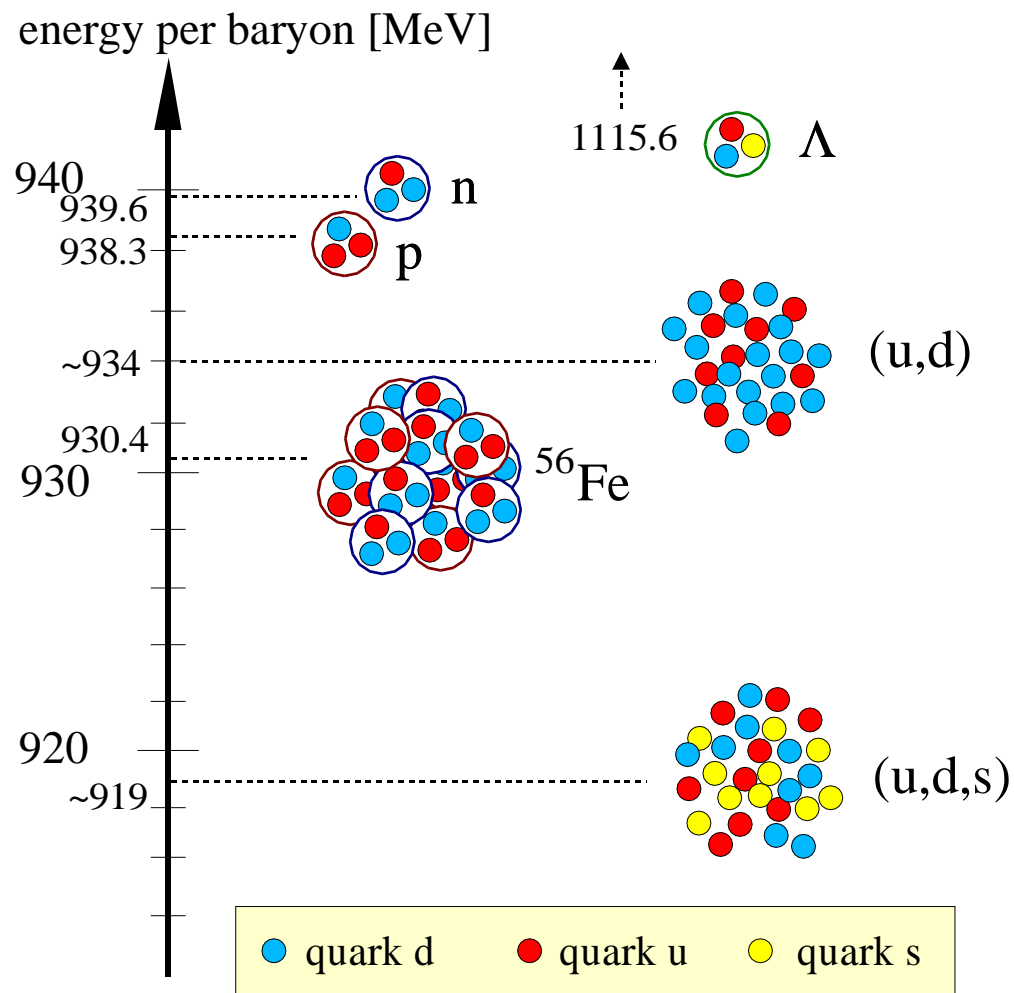
1989 : Annonce de la “détection” d'un pulsar demi-milliseconde dans SN 1987A

1996 : Découverte des oscillations quasi-périodiques (QPO) dans les binaires X de faible masse

2002 : Annonce très médiatisée par la NASA de la “découverte” de deux étoiles de quarks étranges

saveur	d	u	s	c	b	t
spin	1/2					
nombre baryonique	1/3					
charge électrique	$-e/3$	$2e/3$	$-e/3$	$2e/3$	$-e/3$	$2e/3$
masse [$\text{MeV } c^{-2}$]	~ 7	~ 3	~ 150	~ 1200	~ 4200	$\sim 175 \text{ GeV } c^{-2}$

État fondamental de la matière hadronique

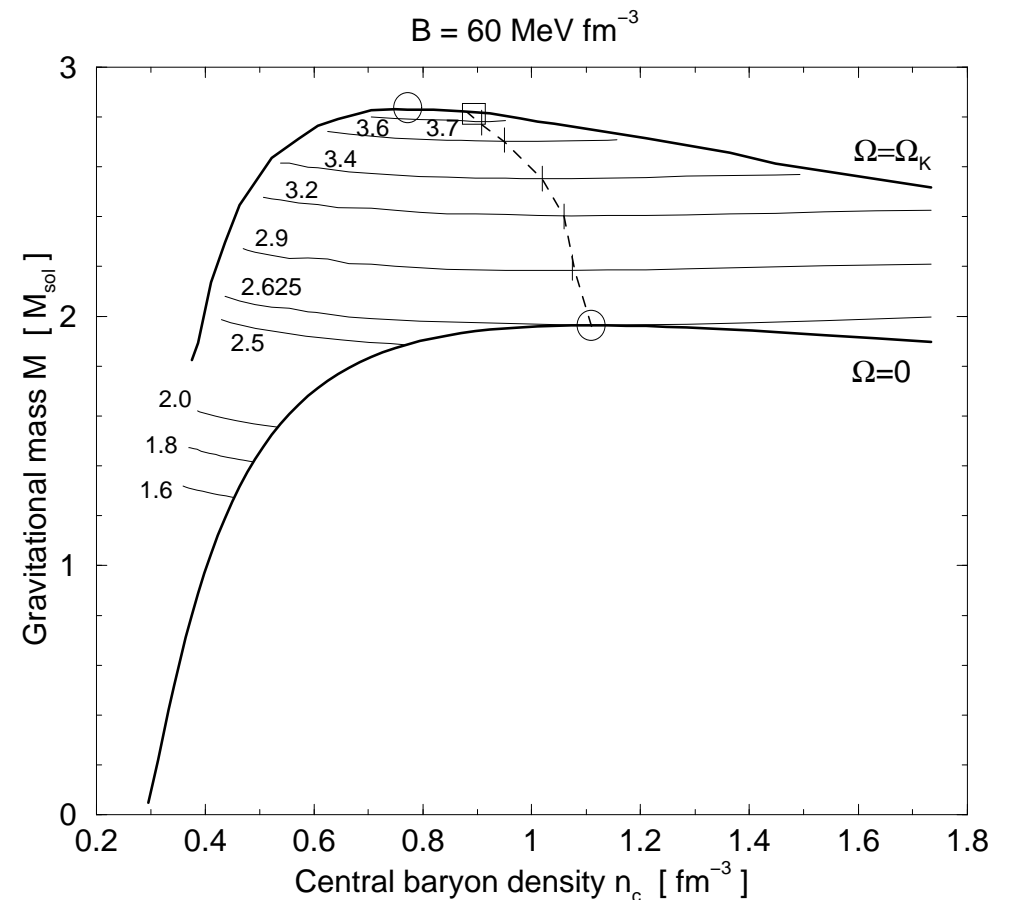
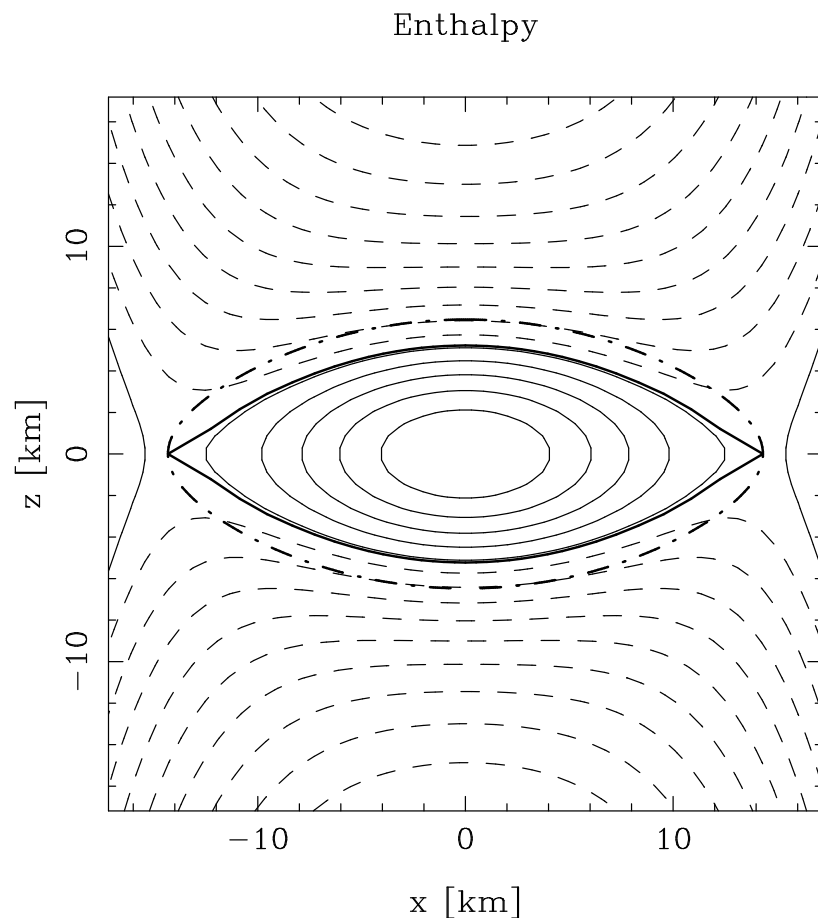


Les quarks sont des fermions:

Principe d'exclusion de Pauli \implies la matière de quarks à *trois* saveurs a une énergie par baryon plus basse que la matière de quarks à *deux* saveurs

Modèle numériques d'étoiles de quark étranges en rotation

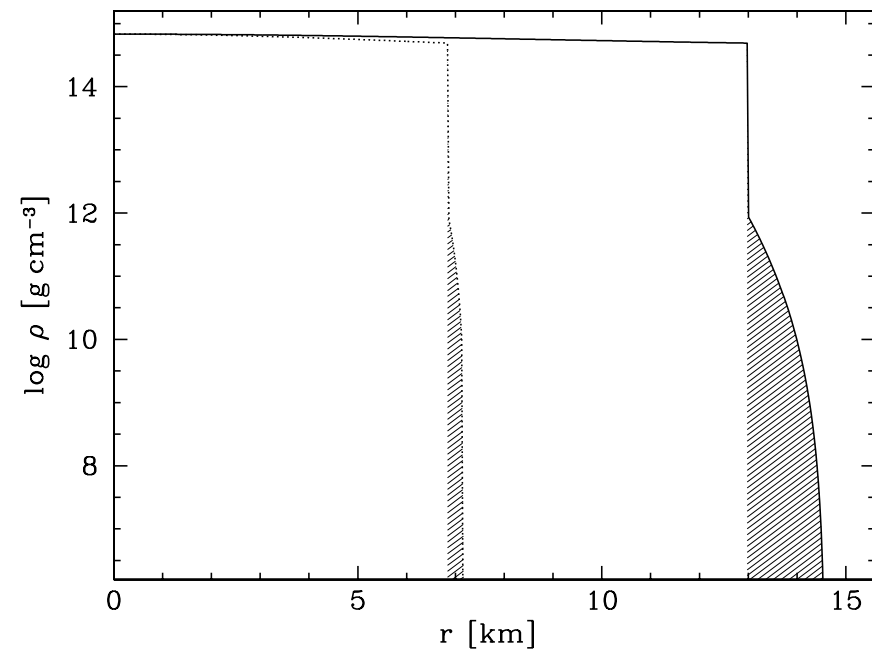
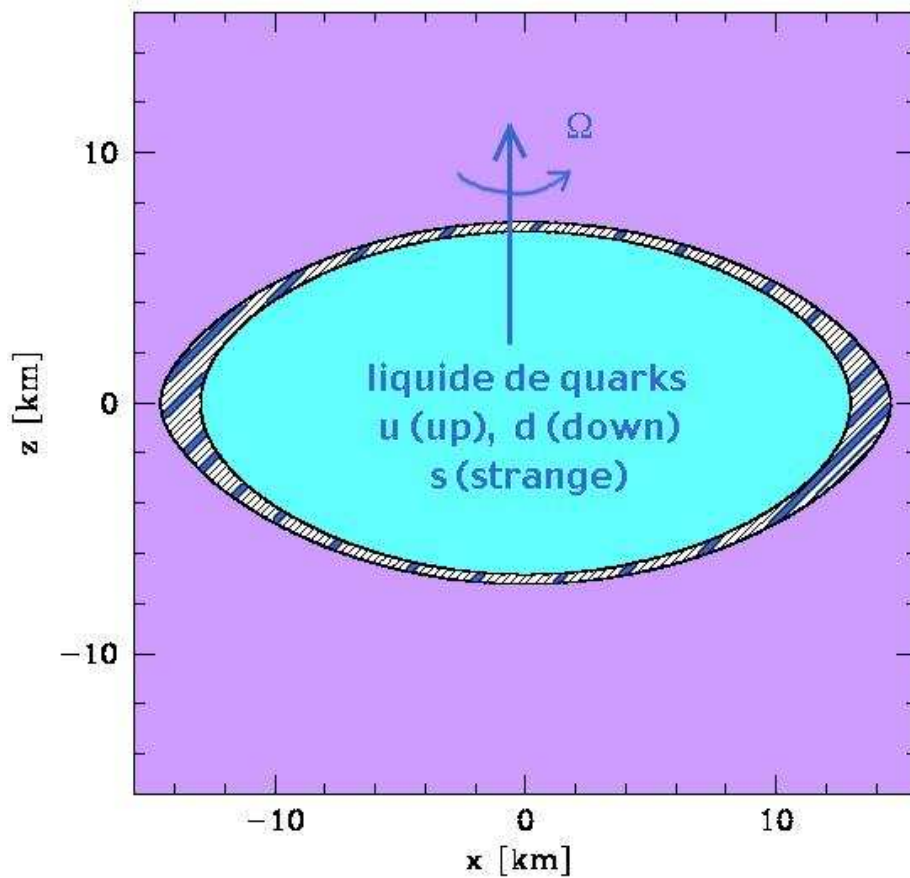
Intégration des équations d'Einstein axisymétriques et stationnaires



[Gourgoulhon, Haensel, Livine, Paluch, Bonazzola & Marck, A&A **349**, 851 (1999)]

Période de rotation minimale (pour $m_s = 0$ et $\alpha_s = 0$): $P_{\text{min}} = 0.634 B_{60}^{-1/2} \text{ ms}$

Écorce solide des étoiles de quarks



Équation d'état: $B = 56 \text{ MeV fm}^{-3}$, $\alpha_s = 0.2$, $m_s = 200 \text{ MeV } c^{-2}$
 étoile: $M_B = 1.63 M_\odot$, $f = 1210 \text{ Hz}$.

[Zdunik, Haensel & Gourgoulhon, A&A **372**, 535 (2001)]

3

Trous noirs

Concept de trou noir

Un **trou noir** est une région de l'espace-temps causalement déconnectée du reste de l'univers. Autrement dit aucune géodésique de genre lumière (les trajectoires des photons) ne sort d'un trou noir. La frontière (immatérielle) qui sépare le trou noir du reste de l'univers s'appelle l'**horizon des événements**.

C'est le champ gravitationnel, particulièrement intense, qui est responsable de ce comportement. Les trous noirs sont donc les plus compacts des objets compacts et on ne peut les décrire correctement qu'en utilisant la relativité générale.

Formation des trous noirs

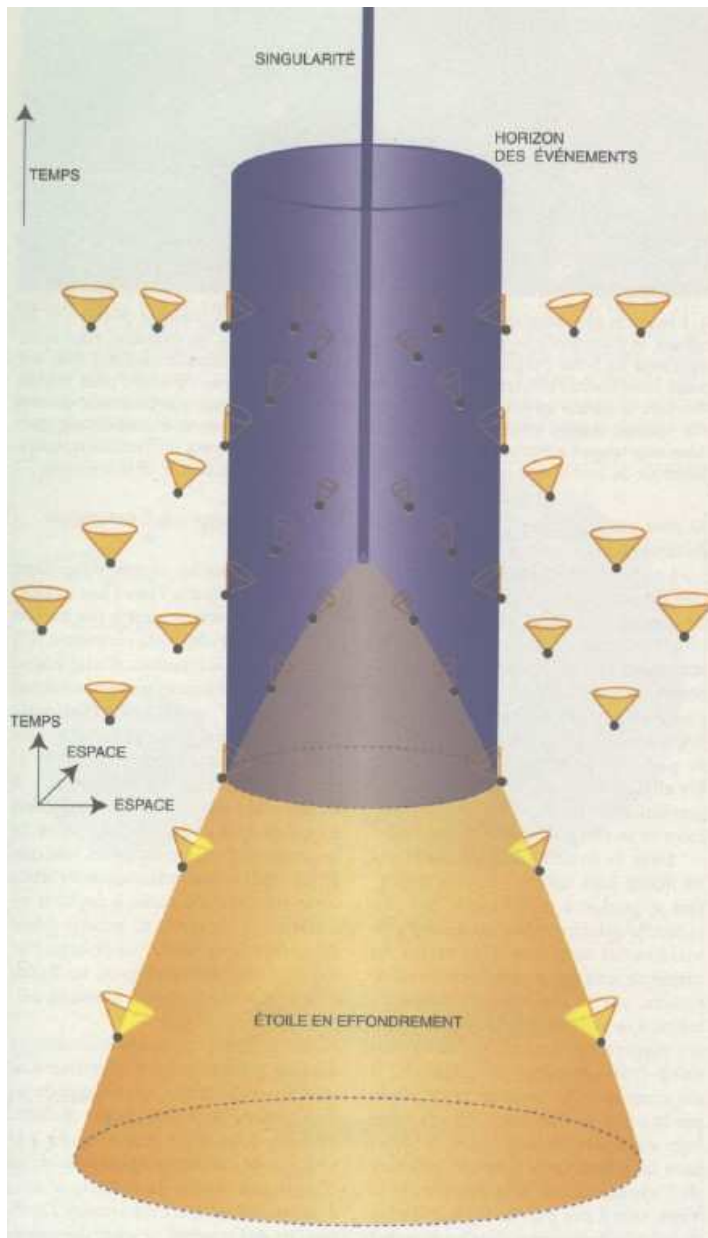
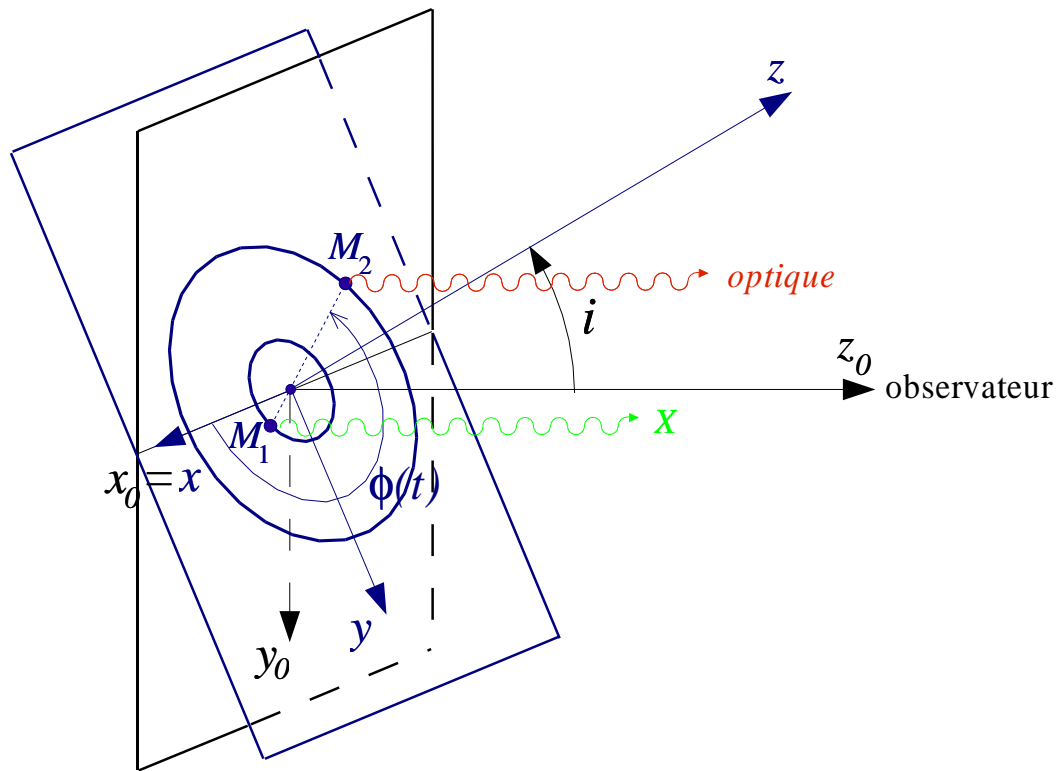


Diagramme d'espace-temps représentant
l'effondrement gravitationnel d'une étoile

[d'après Penrose (1997)]

Recherche des trous noirs dans les binaires X



Géométrie d'une **binaire X** par rapport à l'observateur terrestre

Mesure de la vitesse radiale du compagnon:

$$V_{\text{rad}}(t) = K_2 \cos(\Omega t) + V_0$$

Troisième loi de Kepler:

$$f(M_1, M_2, i) = \frac{K_2^3 P}{2\pi G}$$

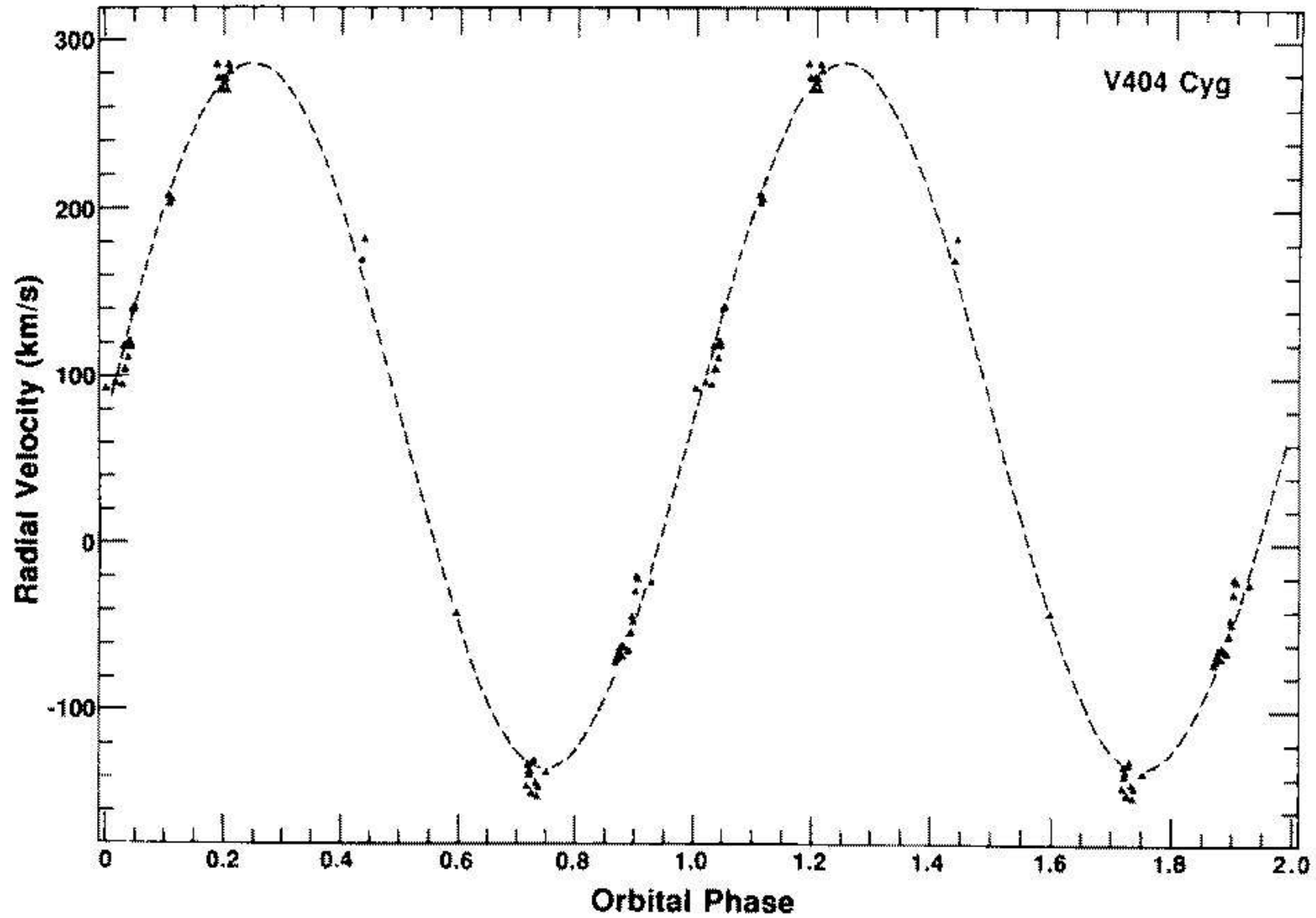
avec la fonction de masse

$$f(M_1, M_2, i) := \frac{M_1^3 \sin^3 i}{(M_1 + M_2)^2}$$

On a $M_1 > f(M_1, M_2, i)$

critère de masse:

$$M_1 > M_{\text{max}}(\text{et. neut.})$$



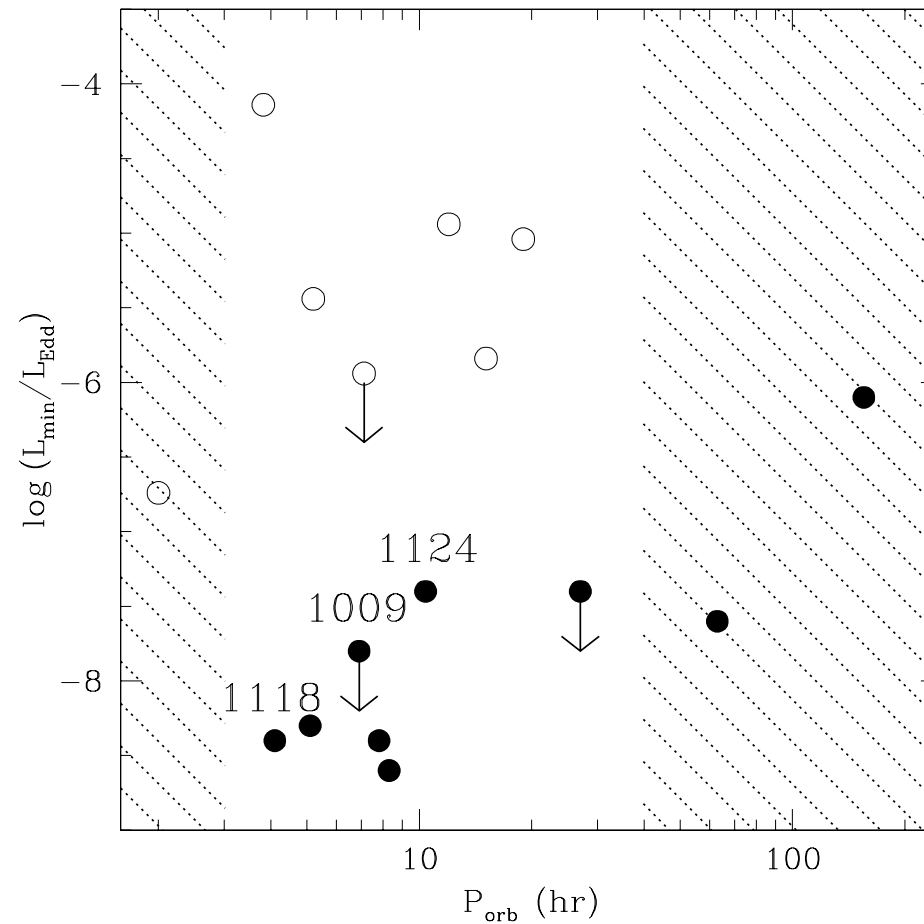
Variation temporelle de la vitesse radiale de V404 Cygni

[Casares et al., Nature **355**, 614 (1992)]

Trous noirs dans les binaires X

source X	autre nom	année publi.	P	type comp.	$f(M_1, M_2, i)$ [M_\odot]	M_2 [M_\odot]	M_1 [M_\odot]
Cyg X-1		1972	5.6 j	O9I	0.25 ± 0.01	33	7 – 20
LMC X-3		1983	1.7 j	B3V	2.3 ± 0.3	6	7 – 14
LMC X-1		1987	4.2 j	O7III	0.14 ± 0.5	6	4 – 10
A 0620-00	XN Mon 75	1986	7.8 h	K5V	2.91 ± 0.08	0.6	10 ± 5
GS 2023+338	V404 Cyg	1992	6.5 j	K0IV	6.08 ± 0.06	0.6	12 ± 2
GRS 1124-683	XN Mus 91	1992	10.4 h	K3/K5V	3.01 ± 0.15	0.8	6_{-2}^{+5}
GRO J1655-40	XN Sco 94	1995	2.6 j	F6IV	2.73 ± 0.09	1.7 – 3.3	5.5 – 7
GS 2000+250	XN Vul 88	1995	8.3 h	K5V	5.01 ± 0.12	0.5	10 ± 0
GRO J0422+32	XN Per 92	1995	5.1 h	M2V	1.21 ± 0.06	0.3	10 ± 5
H 1705-250	XN Oph 77	1996	12.5 h	K3/K7V	4.86 ± 0.13	0.3	6 ± 2
4U 1543-47	IL Lup	1998	27.0 h	A2V	0.22 ± 0.02	2.5	5.0 ± 2
GRS 1009-45	XN Vel 93	1999	6.8 h	K7/M0V	3.17 ± 0.12		6 – 8
XTE J1859+226	V406 Vul	2001	9.2 h		7.4 ± 1.1		10 ± 3
XTE J1550-564	V381 Nor	2001	37.0 h	G8/K0IV	6.86 ± 0.71		> 7.4
SAX J1819.3-2525	V4641 Sgr	2001	2.8 j	B9III	2.74 ± 0.12		10 ± 1
XTE J1118+480	KV UMa	2001	4.1 h	K7/M0V	6.1 ± 0.3	0.09 – 0.5	6.0 – 7
GRS 1915+105	V1487 Aql	2001	33.5 j	K/MIII	9.5 ± 3.0	1.2 ± 0.2	14 ± 4
GX 339-4	V821 Ara	2003	42.1 h		5.8 ± 0.5		

Indication de la présence d'un horizon



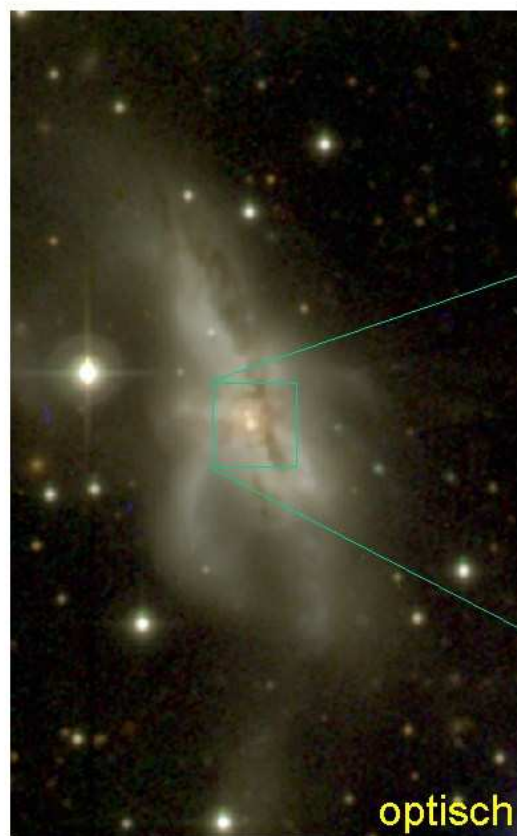
Luminosité dans la période de quiescence des novæ X

[McClintock et al., ApJ **593**, 435 (2003)]

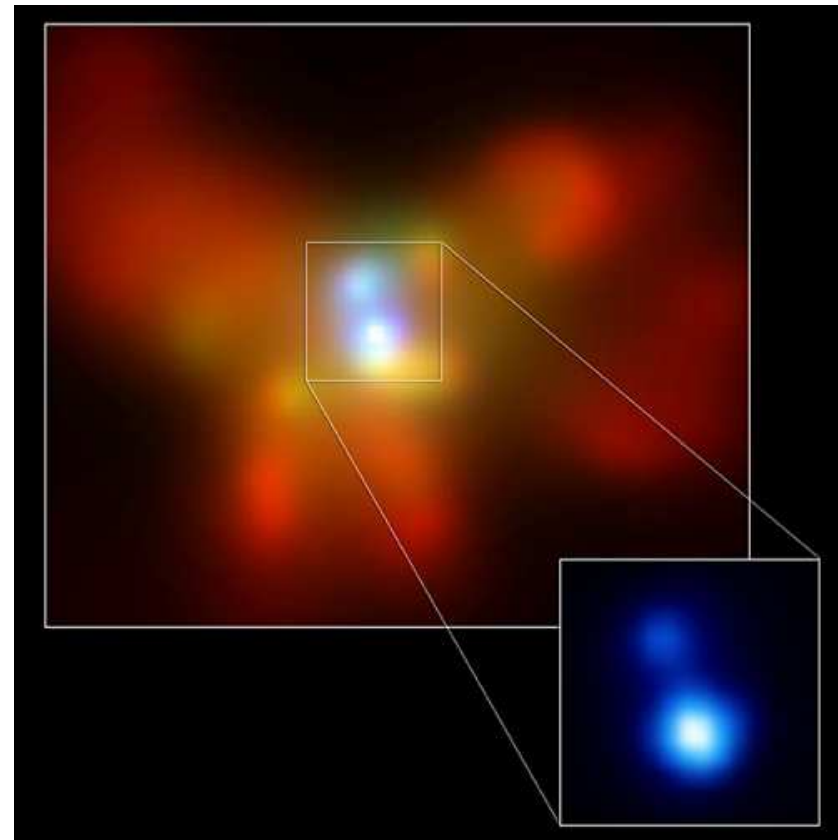
Observer les trous noirs en ondes gravitationnelles

Systemes binaires de trous noirs dans l'Univers

Noyau double de la galaxie NGC 6240



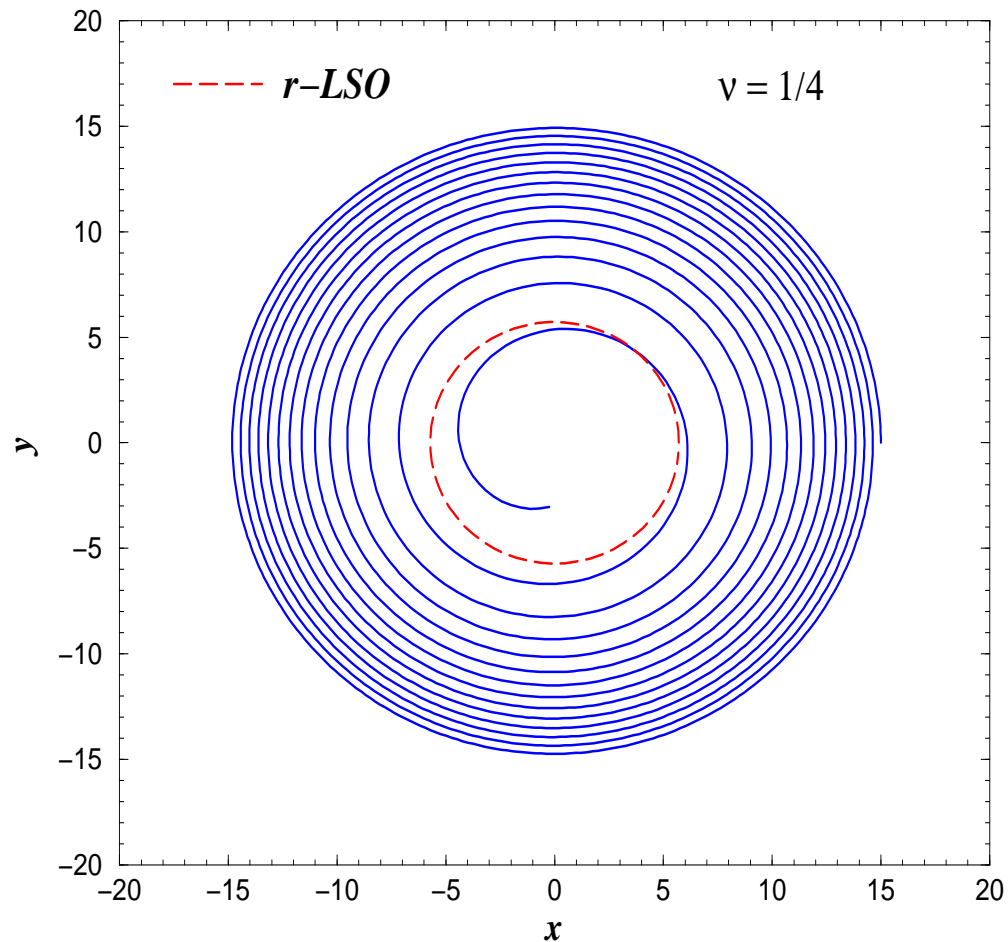
optique



X (satellite Chandra)

[Komossa et al., ApJ **582**, L15 (2003)]

Mouvement en spirale des binaires d'objets compacts



calcul à l'ordre 2.5-PN

[Buonanno & Damour, PRD **62**, 064015 (2000)]

L'évolution des systèmes binaires d'étoiles à neutrons ou de trous noirs est entièrement due à

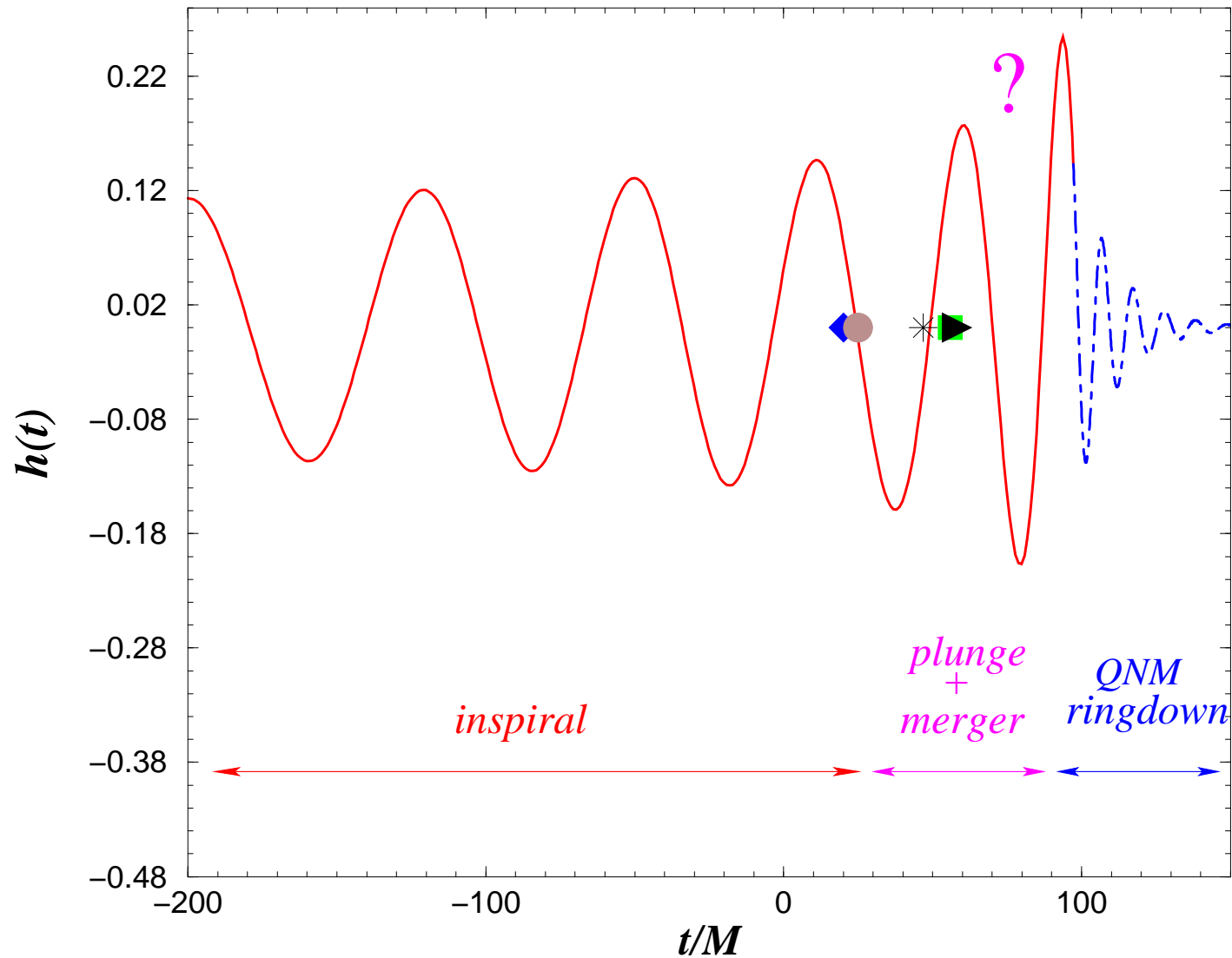
la réaction au rayonnement gravitationnel

Un autre effet de l'émission d'ondes gravitationnelles:

circularisation des orbites: $e \rightarrow 0$

\Rightarrow espace-temps \sim hélicoïdal

Ondes gravitationnelles émises



[adapté de Buonanno & Damour, PRD **62**, 064015 (2000)]

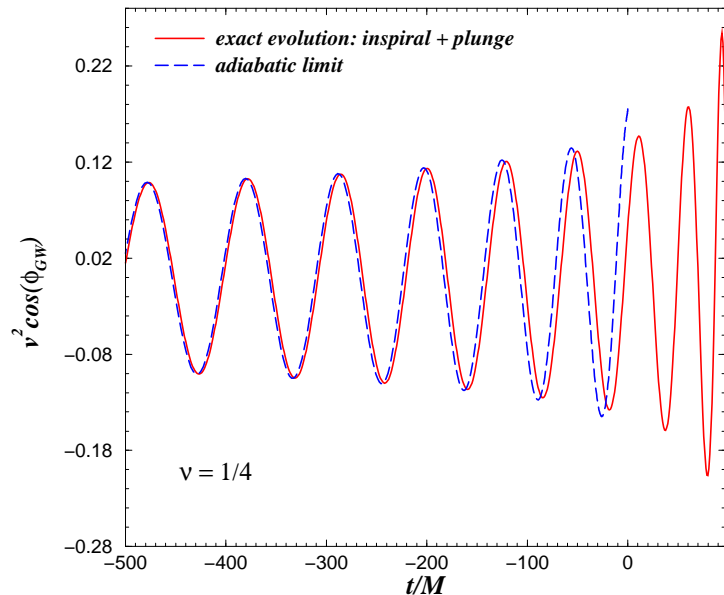
Mercredis de l'Observatoire (Meudon, 3 mars 2004)

Fin de la phase de spirale: dernière orbite stable

- $M_1/M_2 \ll 1$ (espace-temps de Schwarzschild) : il existe une *dernière orbite circulaire stable (ISCO)* :

$$R_{\text{ISCO}}^{\text{Schw}} = 6M \quad \Omega_{\text{ISCO}}^{\text{Schw}} = 6^{-3/2} M^{-1} \Rightarrow f(\text{GW})_{\text{ISCO}}^{\text{Schw}} = 440 \left(\frac{10 M_{\odot}}{M} \right) \text{ Hz}$$

- $M_1/M_2 = 1$: dissipation par rayonnement gravitationnel \implies des orbites exactement circulaires n'existent pas



L'ISCO est alors définie d'après la partie conservative des équations du mouvement, qui donne lieu à des orbites circulaires (approximation adiabatique). En considérant une *séquence d'orbites circulaires* de rayon décroissant, l'ISCO est définie par le *minimum de l'énergie de liaison*.

← [Buonanno & Damour, PRD **62**, 064015 (2000)]

Résolution numérique des équations d'Einstein

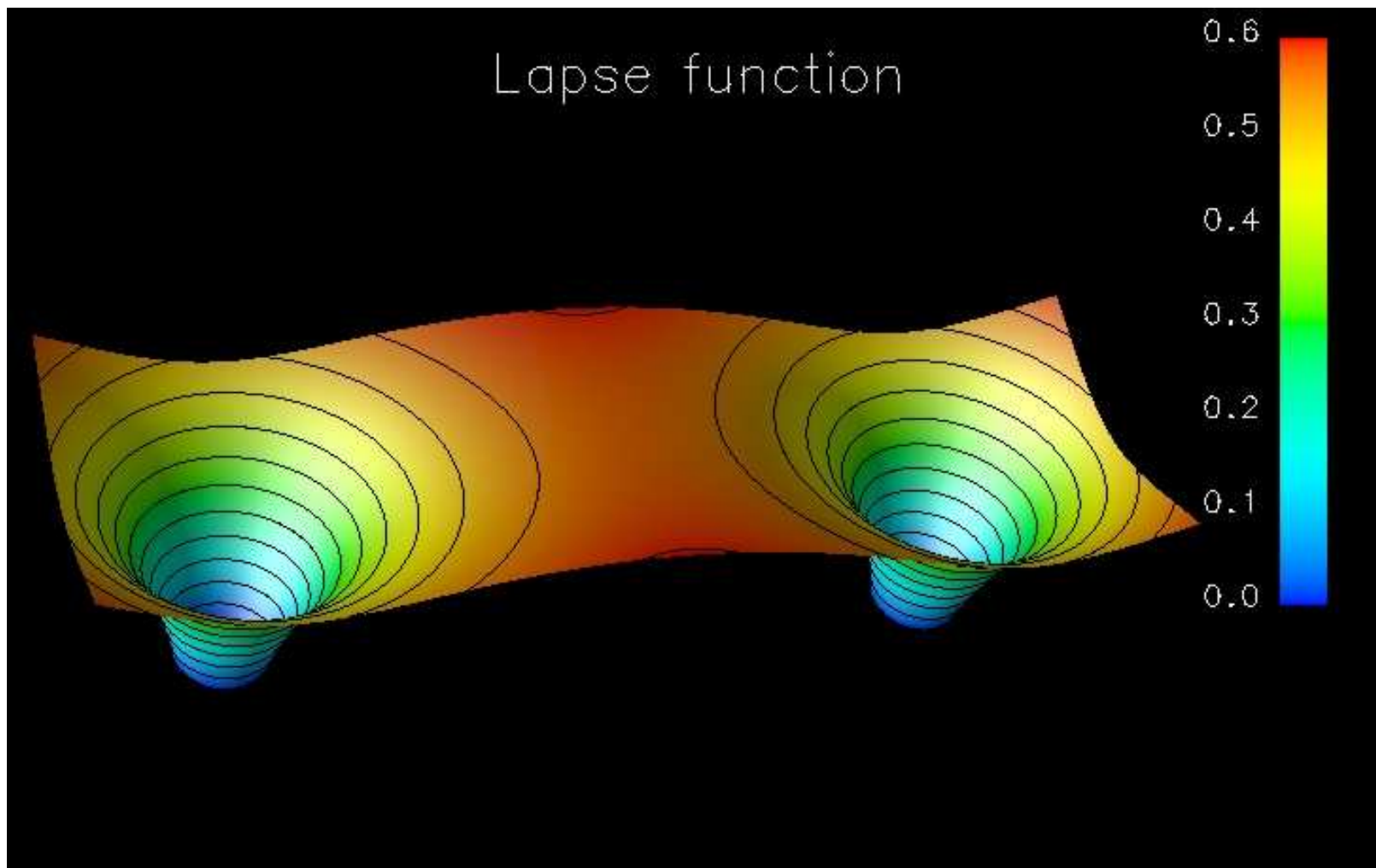
Méthodes développées à Meudon

S.Bonazzola, E. Gourgoulhon, P. Grandclément, J.-A. Marck, J. Novak

- **Méthodes spectrales multi-domaines 3D**
- Coordonnées de type **sphérique** (r, θ, φ)
- Fonctions de base: r : polynômes de Tchebyshev; θ : cosinus/sinus ou fonction de Legendre associées; φ : séries de Fourier
- Domaines = coquilles sphériques + 1 noyau (contenant $r = 0$)
- L'espace entier (\mathbb{R}^3) est couvert: **compactification** de la coquille la plus externe
- **Coordonnées adaptatives**: décomposition de domaine avec topologie sphérique
- Implémentation numérique: codes C++ basés sur **LORENE**
(<http://www.lorene.obspm.fr>)

Trou noir binaire à la dernière orbite stable

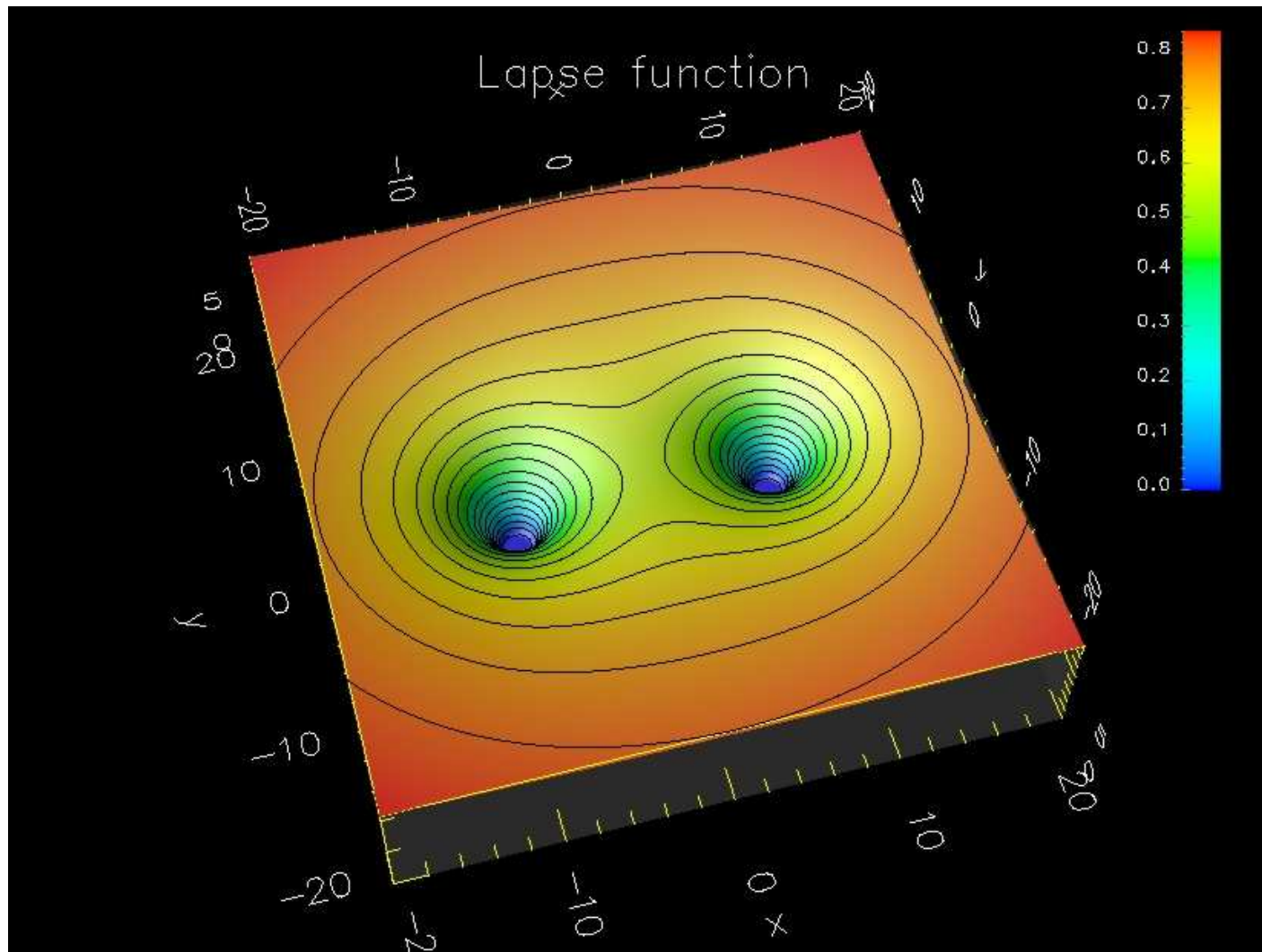
Valeur de la fonction *lapse* N dans le plan équatorial



[Grandclément, Gourgoulhon, Bonazzola, PRD **65**, 044021 (2002)]

Mercredis de l'Observatoire (Meudon, 3 mars 2004)

Zoom arrière



[Grandclément, Gourgoulhon, Bonazzola, PRD **65**, 044021 (2002)]