

Les trous noirs: des prédictions théoriques aux observations astronomiques

Eric Gourgoulhon

Laboratoire Univers et Théories (LUTH)
CNRS / Observatoire de Paris / Université Paris Diderot
F-92190 Meudon, France

eric.gourgoulhon@obspm.fr

<http://luth.obspm.fr/~luthier/gourgoulhon/>

Les Nuits de l'Observatoire de Paris
3 avril 2009



<http://obspm.flext.net/>

- 1 Les prédictions théoriques
- 2 Les trous noirs comme objets astrophysiques
- 3 Observer les trous noirs en ondes gravitationnelles
- 4 Bibliographie

Outline

- 1 Les prédictions théoriques
- 2 Les trous noirs comme objets astrophysiques
- 3 Observer les trous noirs en ondes gravitationnelles
- 4 Bibliographie

Trou noir en gravitation newtonienne

John Michell 1783, Pierre Simon de Laplace 1796

Vitesse de libération d'un corps de masse M et de rayon R : $V_{\text{lib}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

Terre : $V_{\text{lib}} = 11 \text{ km/s}$; Soleil : $V_{\text{lib}} = 617 \text{ km/s}$

Trou noir en gravitation newtonienne

John Michell 1783, Pierre Simon de Laplace 1796

Vitesse de libération d'un corps de masse M et de rayon R : $V_{\text{lib}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

Terre : $V_{\text{lib}} = 11 \text{ km/s}$; Soleil : $V_{\text{lib}} = 617 \text{ km/s}$

La lumière ne s'échappe pas si $V_{\text{lib}} > c \simeq 300\,000 \text{ km/s} \iff R > \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G\rho}}$

Trou noir en gravitation newtonienne

John Michell 1783, Pierre Simon de Laplace 1796

Vitesse de libération d'un corps de masse M et de rayon R : $V_{\text{lib}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

Terre : $V_{\text{lib}} = 11 \text{ km/s}$; Soleil : $V_{\text{lib}} = 617 \text{ km/s}$

La lumière ne s'échappe pas si $V_{\text{lib}} > c \simeq 300\,000 \text{ km/s} \iff R > \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G\rho}}$

Un corps de même densité que le Soleil, mais de rayon 500 fois plus grand ne laisserait pas s'échapper la lumière \implies **“corps obscur”**

Trou noir en gravitation newtonienne

John Michell 1783, Pierre Simon de Laplace 1796

Vitesse de libération d'un corps de masse M et de rayon R : $V_{\text{lib}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

Terre : $V_{\text{lib}} = 11$ km/s ; Soleil : $V_{\text{lib}} = 617$ km/s

La lumière ne s'échappe pas si $V_{\text{lib}} > c \simeq 300\,000$ km/s $\iff R > \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G\rho}}$

Un corps de même densité que le Soleil, mais de rayon 500 fois plus grand ne laisserait pas s'échapper la lumière \implies **“corps obscur”**

compacité : $\Xi := \frac{GM}{c^2 R} = \frac{V_{\text{lib}}^2}{2c^2}$: trou noir $\iff \Xi > \frac{1}{2}$

Remarque : compacité et densité

Pour un corps sphérique homogène de masse M et de rayon R :

- densité : $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

- compacité : $\Xi := \frac{GM}{c^2 R} \sim \frac{V_{\text{lib}}^2}{c^2} \sim \frac{|E_{\text{grav}}|}{Mc^2} \sim \frac{|\Phi_{\text{surf}}|}{c^2}$

E_{grav} = énergie potentielle gravitationnelle

Φ_{surf} = potentiel gravitationnel à la surface ($\Delta\Phi = 4\pi G\rho$)

$$\Xi = \frac{4\pi G}{3c^2} \rho R^2$$

corps	proton	Terre	Soleil	naine blanche	ét. neutrons	trou noir
Ξ	10^{-39}	10^{-10}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-1}	1

Un trou noir est un objet très **compact**, mais pas nécessairement **dense**

Limites du concept newtonien de trou noir

- En théorie newtonienne, la vitesse de la lumière ne joue pas de rôle privilégié : rien n'interdit $V_{\text{lib}} > c$
- Si $V_{\text{lib}} \sim c$, alors $\Xi \sim 1$ et $|E_{\text{grav}}| \sim Mc^2$: une théorie relativiste de la gravitation est nécessaire !

⇒ le traitement correct des trous noirs ne peut se faire qu'en **relativité générale** (ou dans l'une de ses généralisations)

L'espace-temps

Nous vivons dans un espace à **trois dimensions** :

- devant / derrière,
- gauche / droite,
- haut / bas

⇒ 3 nombres (x, y, z) (*coordonnées*) pour décrire la position d'un point dans l'espace.

L'espace-temps

Nous vivons dans un espace à **trois dimensions** :

- devant / derrière,
- gauche / droite,
- haut / bas

⇒ 3 nombres (x, y, z) (*coordonnées*) pour décrire la position d'un point dans l'espace.

Le temps ne possède qu'**une seule dimension** : passé / futur

⇒ 1 seul nombre t (*date*) pour localiser un événement dans le temps.

L'espace-temps

Nous vivons dans un espace à **trois dimensions** :

- devant / derrière,
- gauche / droite,
- haut / bas

⇒ 3 nombres (x, y, z) (*coordonnées*) pour décrire la position d'un point dans l'espace.

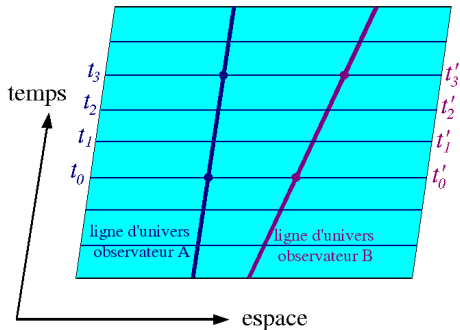
Le temps ne possède qu'**une seule dimension** : passé / futur

⇒ 1 seul nombre t (*date*) pour localiser un événement dans le temps.

On peut unifier l'espace et le temps dans un continuum mathématique à *quatre dimensions* : **l'espace-temps**.

Concept dû à Hermann Minkowski (1908) (prémices chez Henri Poincaré (1906)).

L'espace-temps



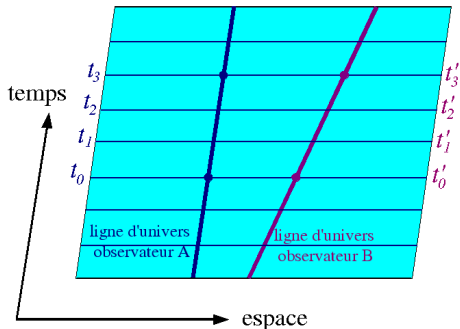
Espace-temps newtonien :

description math. : espace affine \mathbb{R}^4

structure absolue : temps universel

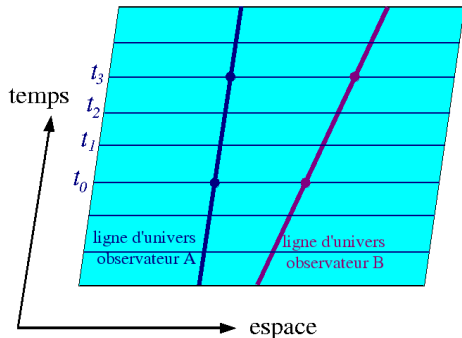
Tous les observateurs mesurent le même temps

L'espace-temps



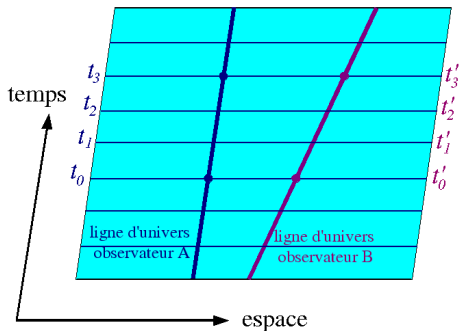
Espace-temps newtonien :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4
structure absolue : temps universel

Tous les observateurs mesurent le même temps



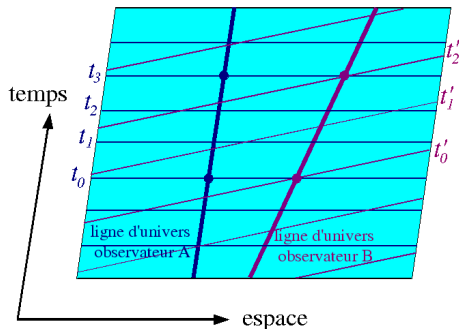
Espace-temps de la relativité restreinte :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4
 il n'y a plus de temps universel

L'espace-temps



Espace-temps newtonien :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4
structure absolue : temps universel

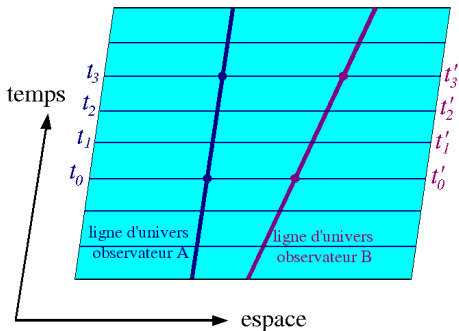
Tous les observateurs mesurent le même temps



Espace-temps de la relativité restreinte :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4
 il n'y a plus de temps universel

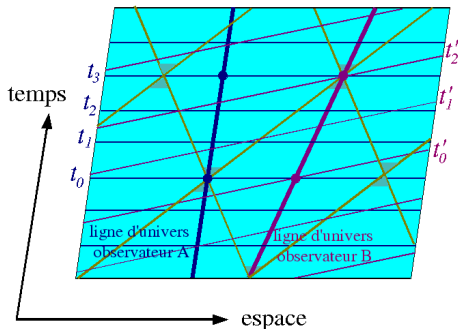
\implies la simultanéité est relative
 \implies phénomène de *dilatation des temps*

L'espace-temps



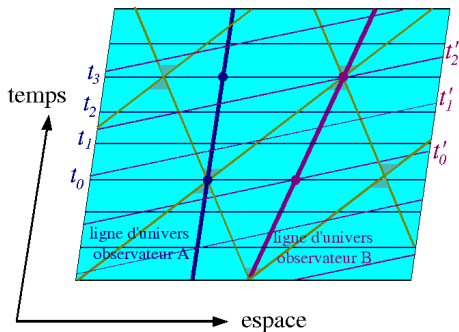
Espace-temps newtonien :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4
structure absolue : temps universel

Tous les observateurs mesurent le même temps



Espace-temps de la relativité restreinte :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4
il n'y a plus de temps universel
structure absolue : cônes de lumière
 \implies la simultanéité est relative
 \implies phénomène de *dilatation des temps*

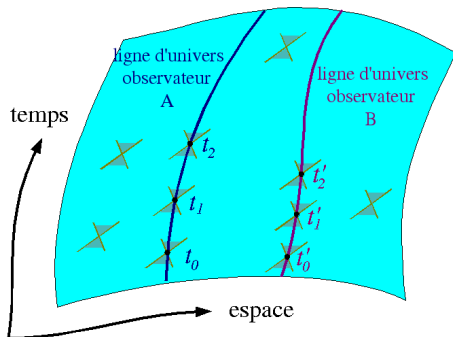
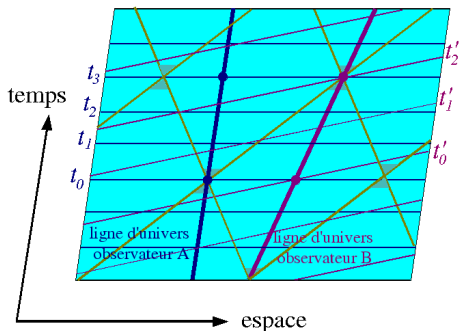
L'espace-temps relativiste



Espace-temps de la relativité restreinte :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4

- OK pour l'**électromagnétisme**
- ne convient pas pour la **gravitation**

L'espace-temps relativiste



Espace-temps de la relativité restreinte :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4

- OK pour l'**électromagnétisme**
- ne convient pas pour la **gravitation**

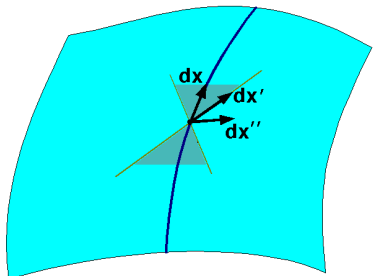
Espace-temps de la relativité générale :
description math. : espace courbe
 (variété) de dimension 4

- OK pour l'**électromagnétisme**
- OK pour la **gravitation**

Le tenseur métrique

Traduction algébrique de la structure absolue donnée par les cônes de lumière :

tenseur métrique g



g = forme bilinéaire symétrique de signature $(-, +, +, +)$ telle que :

- temps propre $d\tau$ pour un déplacement $d\vec{x}$:

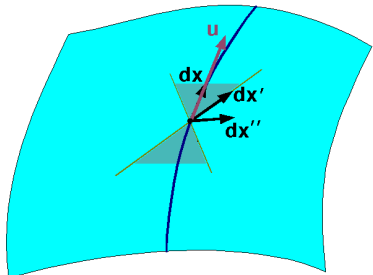
$$c^2 d\tau^2 = -g(d\vec{x}, d\vec{x}) = -d\vec{x} \cdot d\vec{x}$$
- le long du cône de lumière : $g(d\vec{x}', d\vec{x}') = 0$
- distance propre pour un déplacement $d\vec{x}''$:

$$dl^2 = g(d\vec{x}'', d\vec{x}'')$$

Le tenseur métrique

Traduction algébrique de la structure absolue donnée par les cônes de lumière :

tenseur métrique g



g = forme bilinéaire symétrique de signature $(-, +, +, +)$ telle que :

- temps propre $d\tau$ pour un déplacement $d\vec{x}$:
 $c^2 d\tau^2 = -g(d\vec{x}, d\vec{x}) = -d\vec{x} \cdot d\vec{x}$
- le long du cône de lumière : $g(d\vec{x}', d\vec{x}') = 0$
- distance propre pour un déplacement $d\vec{x}''$:
 $dl^2 = g(d\vec{x}'', d\vec{x}'')$

Quadrivitesse le long d'une ligne d'univers : $\vec{u} = \frac{d\vec{x}}{d\tau}$

NB : $g(\vec{u}, \vec{u}) = -c^2$

Dynamique de l'espace-temps

- **Relativité restreinte** : le tenseur métrique g est une forme bilinéaire sur l'espace vectoriel $\sim \mathbb{R}^4$ associé à l'espace affine constituant l'espace-temps
- **Relativité générale** : le tenseur métrique g est un **champ** de formes bilinéaires : $g = g(p)$

Dynamique de l'espace-temps

- **Relativité restreinte** : le tenseur métrique g est une forme bilinéaire sur l'espace vectoriel $\sim \mathbb{R}^4$ associé à l'espace affine constituant l'espace-temps
- **Relativité générale** : le tenseur métrique g est un **champ** de formes bilinéaires : $g = g(p)$

$$\text{Équation d'Einstein : } \mathbf{R} - \frac{1}{2}R\mathbf{g} = \frac{8\pi G}{c^4}\mathbf{T}$$

- \mathbf{R} = tenseur de Ricci = forme bilinéaire symétrique = trace du *tenseur de courbure* (tenseur de Riemann) : " $\mathbf{R} \sim g \partial^2 g + g \partial g \partial g$ "
- $R = \text{Trace}(\mathbf{R})$
- \mathbf{T} = *tenseur énergie-impulsion* de la matière = forme bilinéaire symétrique telle que

Dynamique de l'espace-temps

- **Relativité restreinte** : le tenseur métrique g est une forme bilinéaire sur l'espace vectoriel $\sim \mathbb{R}^4$ associé à l'espace affine constituant l'espace-temps
- **Relativité générale** : le tenseur métrique g est un **champ** de formes bilinéaires : $g = g(p)$

$$\text{Équation d'Einstein : } \mathbf{R} - \frac{1}{2}Rg = \frac{8\pi G}{c^4} \mathbf{T}$$

- \mathbf{R} = tenseur de Ricci = forme bilinéaire symétrique = trace du *tenseur de courbure* (tenseur de Riemann) : " $\mathbf{R} \sim g \partial^2 g + g \partial g \partial g$ "
- $R = \text{Trace}(\mathbf{R})$
- \mathbf{T} = *tenseur énergie-impulsion* de la matière = forme bilinéaire symétrique telle que
 - $E = \mathbf{T}(\vec{u}, \vec{u})$ est la densité d'énergie de la matière mesurée par un observateur \mathcal{O} de quadrivitesse \vec{u}
 - $p_i = -\mathbf{T}(\vec{u}, \vec{e}_i)$ composante i de la densité de quantité de mouvement de la matière mesurée par \mathcal{O} dans la direction \vec{e}_i
 - $S_{ij} = \mathbf{T}(\vec{e}_i, \vec{e}_j)$ composante i de la force exercée par la matière sur l'unité de surface normale à \vec{e}_j

Gravitation newtonienne et relativité générale

Gravitation newtonienne :

équation fondamentale : **équation de Poisson** pour le potentiel gravitationnel Φ :

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho$$

- équation scalaire
- équation linéaire
- équation elliptique
(\Rightarrow propagation instantanée)
- seule source : la densité de masse ρ

Gravitation newtonienne et relativité générale

Gravitation newtonienne :

équation fondamentale : **équation de Poisson** pour le potentiel gravitationnel Φ :

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho$$

- équation scalaire
- équation linéaire
- équation elliptique
(\Rightarrow propagation instantanée)
- seule source : la densité de masse ρ

Relativité générale :

équation fondamentale : **équation d'Einstein** pour le tenseur métrique g :

$$R(g) - \frac{1}{2}R(g)g = \frac{8\pi G}{c^4}T$$

- équation tensorielle (10 équations scalaires)
- équation non-linéaire
- propagation à vitesse finie (c)
- source : énergie-impulsion T de la matière et du champ électromagnétique

Gravitation newtonienne et relativité générale

Gravitation newtonienne :

équation fondamentale : **équation de Poisson** pour le potentiel gravitationnel Φ :

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho$$

- équation scalaire
- équation linéaire
- équation elliptique
(\Rightarrow propagation instantanée)
- seule source : la densité de masse ρ

Relativité générale :

équation fondamentale : **équation d'Einstein** pour le tenseur métrique g :

$$R(g) - \frac{1}{2}R(g)g = \frac{8\pi G}{c^4}T$$

- équation tensorielle (10 équations scalaires)
- équation non-linéaire
- propagation à vitesse finie (c)
- source : énergie-impulsion T de la matière et du champ électromagnétique

Remarque : en champ gravitationnel faible, une des 10 composantes de l'équation d'Einstein se réduit à l'équation de Poisson (et les 9 autres se réduisent à $0 \equiv 0$).

Histoire du concept de trou noir en relativité générale

- **Albert Einstein (1915)** : théorie de la relativité générale

Histoire du concept de trou noir en relativité générale

- **Albert Einstein (1915)** : théorie de la relativité générale
- **Karl Schwarzschild (1916)** : première solution exacte de l'équation d'Einstein : statique et symétrie sphérique ; singularité en $r = 0$ et $r = R_s := 2GM/c^2$

Histoire du concept de trou noir en relativité générale

- **Albert Einstein (1915)** : théorie de la relativité générale
- **Karl Schwarzschild (1916)** : première solution exacte de l'équation d'Einstein : statique et symétrie sphérique ; singularité en $r = 0$ et $r = R_s := 2GM/c^2$
- **Johannes Droste (1916)** : orbite circulaire des photons pour $r = 3R_s/2$

Histoire du concept de trou noir en relativité générale

- **Albert Einstein (1915)** : théorie de la relativité générale
- **Karl Schwarzschild (1916)** : première solution exacte de l'équation d'Einstein : statique et symétrie sphérique ; singularité en $r = 0$ et $r = R_s := 2GM/c^2$
- **Johannes Droste (1916)** : orbite circulaire des photons pour $r = 3R_s/2$
- **Arthur Eddington, A. Anderson (1920)** : la lumière ne peut s'échapper d'un corps qui aurait $R < R_s$

Histoire du concept de trou noir en relativité générale

- **Albert Einstein (1915)** : théorie de la relativité générale
- **Karl Schwarzschild (1916)** : première solution exacte de l'équation d'Einstein : statique et symétrie sphérique ; singularité en $r = 0$ et $r = R_s := 2GM/c^2$
- **Johannes Droste (1916)** : orbite circulaire des photons pour $r = 3R_s/2$
- **Arthur Eddington, A. Anderson (1920)** : la lumière ne peut s'échapper d'un corps qui aurait $R < R_s$
- **George Birkhoff (1923)** : à l'extérieur de tout corps à symétrie sphérique, la métrique est nécessairement celle de Schwarzschild

Histoire du concept de trou noir en relativité générale

- **Albert Einstein (1915)** : théorie de la relativité générale
- **Karl Schwarzschild (1916)** : première solution exacte de l'équation d'Einstein : statique et symétrie sphérique ; singularité en $r = 0$ et $r = R_s := 2GM/c^2$
- **Johannes Droste (1916)** : orbite circulaire des photons pour $r = 3R_s/2$
- **Arthur Eddington, A. Anderson (1920)** : la lumière ne peut s'échapper d'un corps qui aurait $R < R_s$
- **George Birkhoff (1923)** : à l'extérieur de tout corps à symétrie sphérique, la métrique est nécessairement celle de Schwarzschild
- **Georges Lemaître (1932)** : montre que la singularité en $r = R_s$ est factice (*singularité de coordonnées*)

Histoire du concept de trou noir en relativité générale

- **Albert Einstein (1915)** : théorie de la relativité générale
- **Karl Schwarzschild (1916)** : première solution exacte de l'équation d'Einstein : statique et symétrie sphérique ; singularité en $r = 0$ et $r = R_s := 2GM/c^2$
- **Johannes Droste (1916)** : orbite circulaire des photons pour $r = 3R_s/2$
- **Arthur Eddington, A. Anderson (1920)** : la lumière ne peut s'échapper d'un corps qui aurait $R < R_s$
- **George Birkhoff (1923)** : à l'extérieur de tout corps à symétrie sphérique, la métrique est nécessairement celle de Schwarzschild
- **Georges Lemaître (1932)** : montre que la singularité en $r = R_s$ est factice (*singularité de coordonnées*)
- **Albert Einstein (1939)** : article (faux) pour montrer qu'aucun corps ne peut avoir $R < R_s$

Histoire du concept de trou noir en relativité générale

- **Albert Einstein (1915)** : théorie de la relativité générale
- **Karl Schwarzschild (1916)** : première solution exacte de l'équation d'Einstein : statique et symétrie sphérique ; singularité en $r = 0$ et $r = R_s := 2GM/c^2$
- **Johannes Droste (1916)** : orbite circulaire des photons pour $r = 3R_s/2$
- **Arthur Eddington, A. Anderson (1920)** : la lumière ne peut s'échapper d'un corps qui aurait $R < R_s$
- **George Birkhoff (1923)** : à l'extérieur de tout corps à symétrie sphérique, la métrique est nécessairement celle de Schwarzschild
- **Georges Lemaître (1932)** : montre que la singularité en $r = R_s$ est factice (*singularité de coordonnées*)
- **Albert Einstein (1939)** : article (faux) pour montrer qu'aucun corps ne peut avoir $R < R_s$
- **Robert Oppenheimer & Hartland Snyder (1939)** : effondrement gravitationnel en relativité générale : pour un observateur extérieur $R \rightarrow R_s$ lorsque $t \rightarrow +\infty$ (\Rightarrow "liste d'or" de Lev D. Landau)

Histoire du concept de trou noir en relativité générale

- **Martin Kruskal, John A. Wheeler (1960)** : vision mathématique complète de l'espace-temps de Schwarzschild

Histoire du concept de trou noir en relativité générale

- **Martin Kruskal, John A. Wheeler (1960)** : vision mathématique complète de l'espace-temps de Schwarzschild
- **Roy Kerr (1963)** : solution exacte de l'équation d'Einstein généralisant la solution de Schwarzschild (rotation)

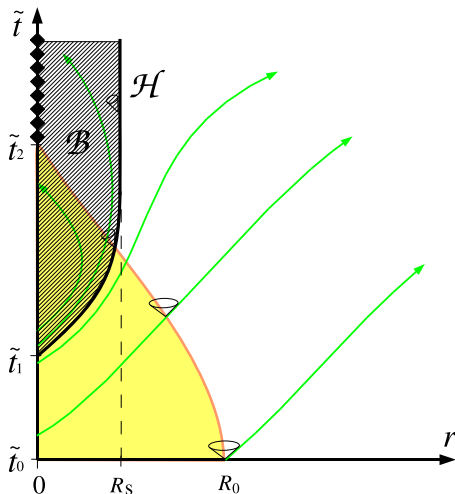
Histoire du concept de trou noir en relativité générale

- **Martin Kruskal, John A. Wheeler (1960)** : vision mathématique complète de l'espace-temps de Schwarzschild
- **Roy Kerr (1963)** : solution exacte de l'équation d'Einstein généralisant la solution de Schwarzschild (rotation)
- **Edwin Salpeter, Yakov Zeldovitch (1964)** : les quasars (découverts en 1963) tirent leur énergie de trous noirs supermassifs

Histoire du concept de trou noir en relativité générale

- **Martin Kruskal, John A. Wheeler (1960)** : vision mathématique complète de l'espace-temps de Schwarzschild
- **Roy Kerr (1963)** : solution exacte de l'équation d'Einstein généralisant la solution de Schwarzschild (rotation)
- **Edwin Salpeter, Yakov Zeldovitch (1964)** : les quasars (découverts en 1963) tirent leur énergie de trous noirs supermassifs
- **John A. Wheeler (1967)** : invente le terme **trou noir**

Le trou noir en relativité générale



Un **trou noir** est une région \mathcal{B} de l'espace-temps depuis laquelle aucun photon ne peut atteindre l'infini.

\implies les événements se produisant dans \mathcal{B} n'ont *aucune influence causale* sur le reste de l'espace-temps.

La frontière (immatérielle) \mathcal{H} entre le trou noir et le reste de l'univers est appelée **horizon des événements**. Il s'agit d'une partie tridimensionnelle de l'espace-temps (*hypersurface*). De plus, \mathcal{H} est du genre lumière.

\leftarrow diagramme d'espace-temps montrant la formation d'un trou noir par **effondrement gravitationnel** d'une étoile

Principales propriétés des trous noirs

- Le trou noir contient une région où la courbure de l'espace-temps diverge : **la singularité** (*NB : ce n'est pas la définition première d'un trou noir*)

Principales propriétés des trous noirs

- Le trou noir contient une région où la courbure de l'espace-temps diverge : la **singularité** (*NB : ce n'est pas la définition première d'un trou noir*)
- L'horizon des événements \mathcal{H} est une **structure globale** de l'espace-temps : aucune expérience de physique locale peut révéler le passage par \mathcal{H} ; un voyageur imprudent ne peut déceler l'instant où il franchit l'horizon

Principales propriétés des trous noirs

- Le trou noir contient une région où la courbure de l'espace-temps diverge : **la singularité** (*NB : ce n'est pas la définition première d'un trou noir*)
- L'horizon des événements \mathcal{H} est une **structure globale** de l'espace-temps : aucune expérience de physique locale peut révéler le passage par \mathcal{H} ; un voyageur imprudent ne peut déceler l'instant où il franchit l'horizon
- Vue par un observateur distant, l'approche de l'horizon se traduit par un **décalage spectral vers le rouge infini**, ou de manière équivalente, par une **dilatation des temps infinie**

Principales propriétés des trous noirs

- Le trou noir contient une région où la courbure de l'espace-temps diverge : **la singularité** (*NB : ce n'est pas la définition première d'un trou noir*)
- L'horizon des événements \mathcal{H} est une **structure globale** de l'espace-temps : aucune expérience de physique locale peut révéler le passage par \mathcal{H} ; un voyageur imprudent ne peut déceler l'instant où il franchit l'horizon
- Vue par un observateur distant, l'approche de l'horizon se traduit par un **décalage spectral vers le rouge infini**, ou de manière équivalente, par une **dilatation des temps infinie**

- **Théorème d'unicité**

(Dorochkevitch, Novikov & Zeldovitch 1965, Israel 1967, Carter 1971, Hawking 1972) :

un trou noir en équilibre est nécessairement un **trou noir de Kerr-Newmann**, qui est une **solution du vide** de l'équation d'Einstein ($T = 0$) décrite par seulement trois paramètres :

- masse totale M
- moment cinétique total J
- charge électrique totale Q

\implies "un trou noir n'a pas de cheveux" (Wheeler)

$Q = 0$: **sol. de Kerr** (1963) ; $Q = 0$ et $J = 0$: **sol. de Schwarzschild** (1916)

Définitions de M , J et Q

- **masse M** : orbite d'un corps d'épreuve autour du trou noir :
suffisamment loin du trou noir, l'approximation de gravitation newtonienne est valable et l'on peut définir M comme le coefficient qui intervient dans la

troisième loi de Kepler :

$$r^3 = GM \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2$$

r = rayon de l'orbite (circulaire), $r \gg GM/c^2 = 1.5 \left(\frac{M}{M_\odot} \right)$ km

T = période orbitale

Définitions de M , J et Q

- **masse M** : orbite d'un corps d'épreuve autour du trou noir :
suffisamment loin du trou noir, l'approximation de gravitation newtonienne est valable et l'on peut définir M comme le coefficient qui intervient dans la

troisième loi de Kepler :

$$r^3 = GM \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2$$

r = rayon de l'orbite (circulaire), $r \gg GM/c^2 = 1.5 \left(\frac{M}{M_\odot} \right)$ km

T = période orbitale

- **moment cinétique J** : effet "gravito-magnétique" (Lense-Thirring) :
un gyroscope embarqué dans un satellite en orbite (rayon r) autour du trou noir précesse (par rapport aux étoiles lointaines) à la fréquence

$$\Omega_{\text{LT}} = \frac{2GJ}{c^2 r^3}$$

Définitions de M , J et Q

- **masse M** : orbite d'un corps d'épreuve autour du trou noir :
suffisamment loin du trou noir, l'approximation de gravitation newtonienne est valable et l'on peut définir M comme le coefficient qui intervient dans la

troisième loi de Kepler :

$$r^3 = GM \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2$$

r = rayon de l'orbite (circulaire), $r \gg GM/c^2 = 1.5 \left(\frac{M}{M_\odot} \right)$ km

T = période orbitale

- **moment cinétique J** : effet "gravito-magnétique" (Lense-Thirring) :
un gyroscope embarqué dans un satellite en orbite (rayon r) autour du trou noir précesse (par rapport aux étoiles lointaines) à la fréquence

$$\Omega_{\text{LT}} = \frac{2GJ}{c^2 r^3}$$

- **charge électrique Q** : théorème de Gauss :

le champ électrique mesuré loin du trou noir est

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r$$

Définitions de M , J et Q

- **masse M** : orbite d'un corps d'épreuve autour du trou noir :
suffisamment loin du trou noir, l'approximation de gravitation newtonienne est valable et l'on peut définir M comme le coefficient qui intervient dans la

troisième loi de Kepler :

$$r^3 = GM \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2$$

r = rayon de l'orbite (circulaire), $r \gg GM/c^2 = 1.5 \left(\frac{M}{M_\odot} \right)$ km

T = période orbitale

- **moment cinétique J** : effet "gravito-magnétique" (Lense-Thirring) :
un gyroscope embarqué dans un satellite en orbite (rayon r) autour du trou noir précesse (par rapport aux étoiles lointaines) à la fréquence

$$\Omega_{\text{LT}} = \frac{2GJ}{c^2 r^3}$$

- **charge électrique Q** : théorème de Gauss :

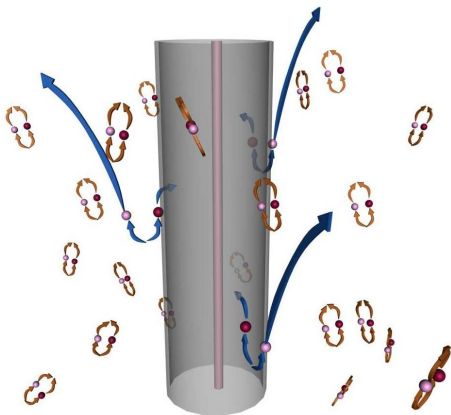
le champ électrique mesuré loin du trou noir est

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r$$

Dans tout ce qui suit, $Q = 0$.

Rayonnement de Hawking

Zeldovitch 1971, Hawking 1974, 1975



[<http://library.thinkquest.org/>]

Étude des **fluctuations du vide** au voisinage d'un trou noir (théorie quantique des champs en espace courbe^{a)} :

création de paires de particules virtuelles près de l'horizon

⇒ le trou noir rayonne comme un **corps noir** à une température proportionnelle à

la gravité de surface : $T = \frac{\hbar}{2\pi k} \kappa$

t.n. de Schwarzschild : $\kappa = c^3/4GM \Rightarrow$

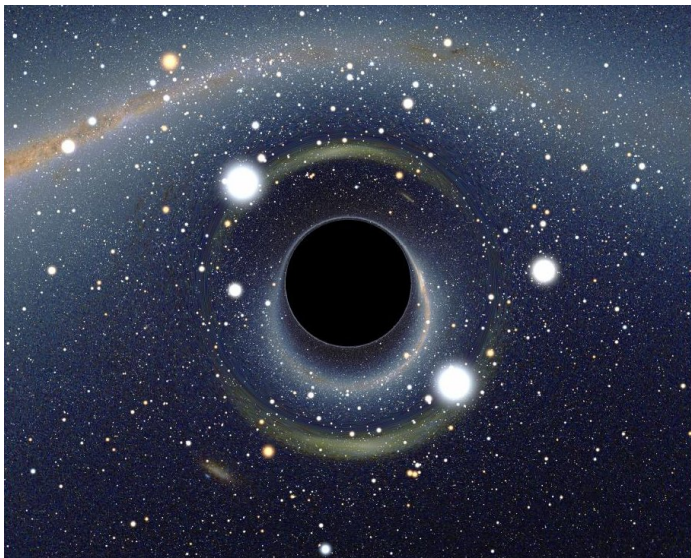
$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi Gk} \frac{1}{M} = 6.1 \cdot 10^{-8} \left(\frac{M_{\odot}}{M} \right) \text{ K}$$

^{a)}le champ gravitationnel n'est pas quantifié : il s'agit donc d'une approche semi-classique

Outline

- 1 Les prédictions théoriques
- 2 Les trous noirs comme objets astrophysiques**
- 3 Observer les trous noirs en ondes gravitationnelles
- 4 Bibliographie

Ce qu'on ne voit pas encore...

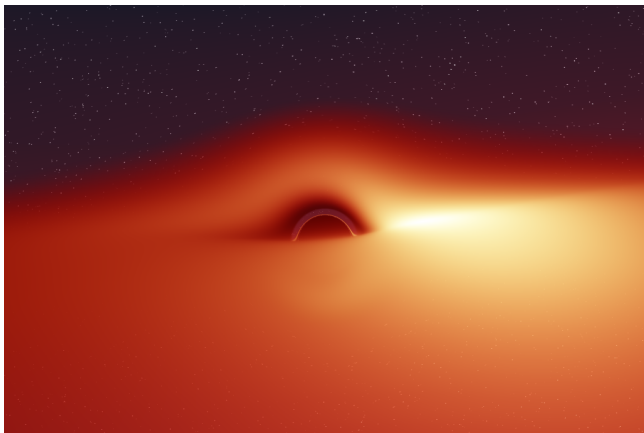


[Alain Riazuelo, 2007]

Le trou noir : une source d'énergie formidable !

Libération d'énergie potentielle gravitationnelle par **accrétion** sur un trou noir : jusqu'à 42% de l'énergie de masse mc^2 de la matière accrétée !

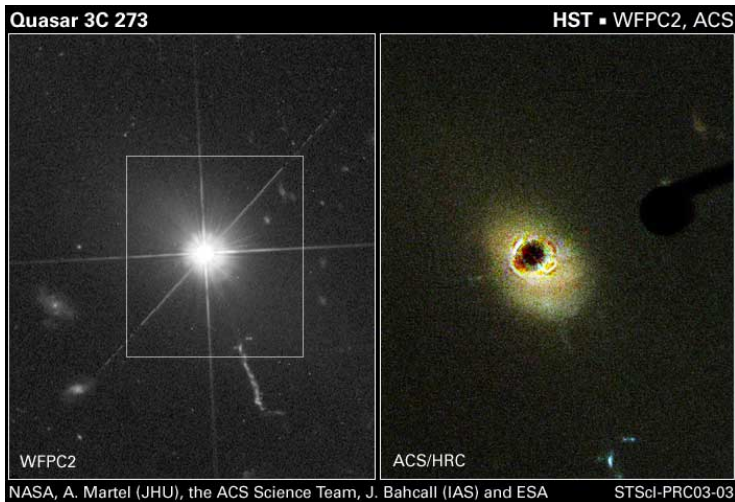
NB : les réactions thermonucléaires libèrent moins de 1% de mc^2



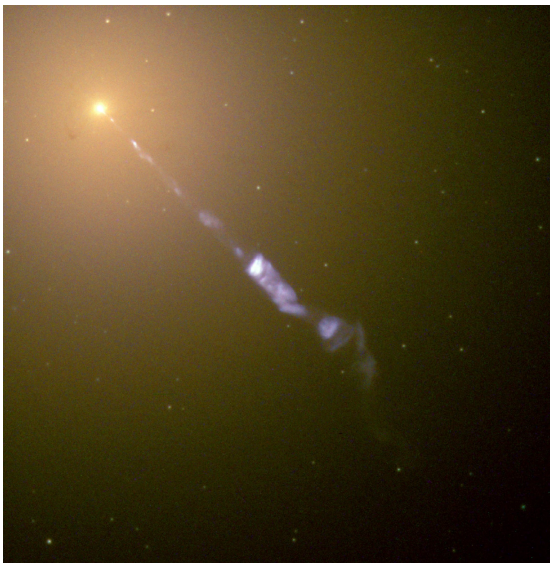
La matière qui tombe sur un trou noir forme un **disque d'accrétion** [Donald Lynden-Bell (1969), Nicolai Shakura & Rachid Sunayev (1973)]

[J.-A. Marck (1996)]

Les trous noirs au cœur des quasars



Les trous noirs au cœur des galaxies à noyau actif

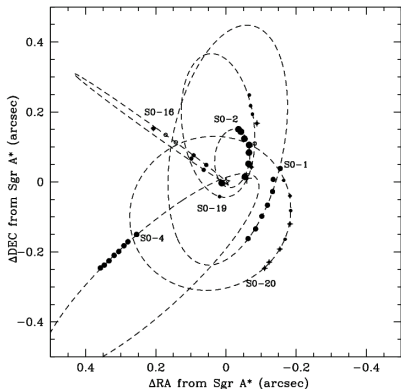


Jet émis par le noyau de la galaxie elliptique géante M87, au cœur de l'amas de la Vierge

[HST]

$$M_{\text{t.n.}} = 3 \times 10^9 M_{\odot}$$

Le trou noir au cœur de notre galaxie



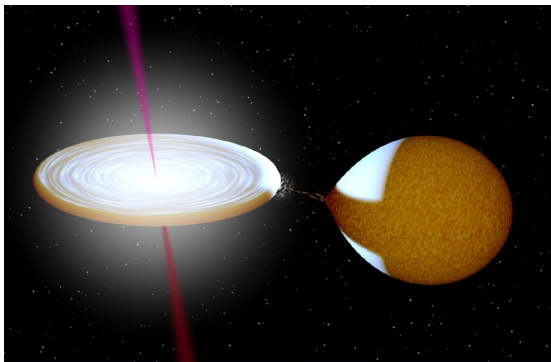
- détection via la dynamique stellaire

Orbites d'étoiles autour du trou noir
Sgr A* au centre de notre galaxie

[Ghez (2004)]

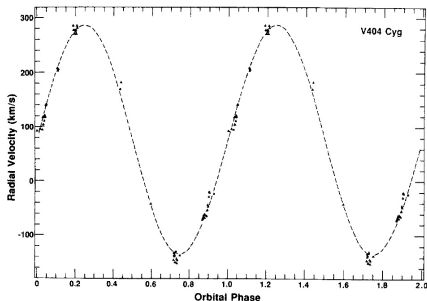
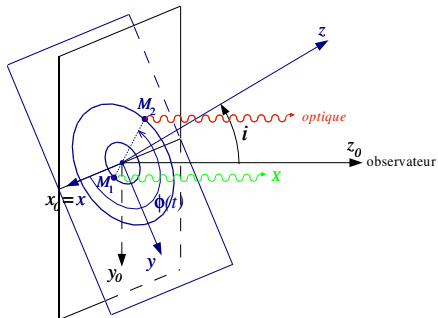
$$M_{t.n.} = 3.6 \times 10^6 M_{\odot}$$

Trous noirs dans les binaires X



une vingtaine de trous noirs
identifiés dans notre galaxie

Détection d'un trou noir dans une binaires X



$$V_{\text{rad}}(t) = K_2 \cos(2\pi t/P) + V_0 \Rightarrow K_2, P$$

Troisième loi de Kepler : $f := \frac{M_1^3 \sin^3 i}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{K_2^3 P}{2\pi G}$

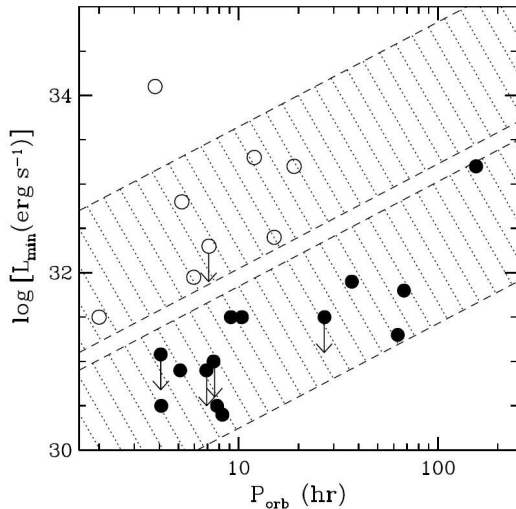
f est une borne inférieure sur M_1 : $M_1 > f$

critère de masse : $M_1 > M_{\text{max}}(\text{étoile neut.}) \simeq 3 M_{\odot}$

Trous noirs dans les binaires X

source X	autre nom	année découverte	période orbitale	M_2 [M_\odot]	M_1 [M_\odot]
Cyg X-1		1972	5.6 j	33	7 – 20
LMC X-3		1983	1.7 j	6	7 – 14
LMC X-1		1987	4.2 j	6	4 – 10
A 0620-00	XN Mon 75	1986	7.8 h	0.6	10 ± 5
GS 2023+338	V404 Cyg	1992	6.5 j	0.6	12 ± 2
GRS 1124-683	XN Mus 91	1992	10.4 h	0.8	6_{-2}^{+5}
GRO J1655-40	XN Sco 94	1995	2.6 j	1.7 – 3.3	5.5 – 7.9
GS 2000+250	XN Vul 88	1995	8.3 h	0.5	10 ± 0.4
GRO J0422+32	XN Per 92	1995	5.1 h	0.3	10 ± 5
H 1705-250	XN Oph 77	1996	12.5 h	0.3	6 ± 2
4U 1543-47	IL Lup	1998	27.0 h	2.5	5.0 ± 2.5
GRS 1009-45	XN Vel 93	1999	6.8 h		6 – 8
XTE J1859+226	V406 Vul	2001	9.2 h		10 ± 3
XTE J1550-564	V381 Nor	2001	37.0 h		> 7.4
SAX J1819.3-2525	V4641 Sgr	2001	2.8 j		10 ± 1.5
XTE J1118+480	KV UMa	2001	4.1 h	0.09 – 0.5	6.0 – 7.7
GRS 1915+105	V1487 Aql	2001	33.5 j	1.2 ± 0.2	14 ± 4
GX 339-4	V821 Ara	2003	42.1 h		

Mieux que le critère de masse : détecter l'horizon !



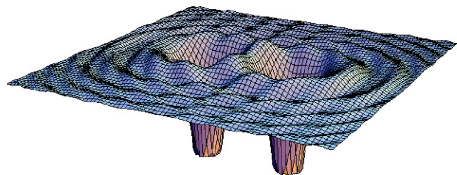
Luminosité dans la période de quiescence des binaires X :
 les systèmes avec trou noir (●)
 sont ~ 100 fois moins lumineux
 que ceux avec étoile à neutrons
 (○)

[Narayan & McClintock, *New Astron. Rev.* **51**, 733 (2008)]

Outline

- 1 Les prédictions théoriques
- 2 Les trous noirs comme objets astrophysiques
- 3 Observer les trous noirs en ondes gravitationnelles**
- 4 Bibliographie

Les ondes gravitationnelles



Section spatiale à deux dimensions d'un espace-temps engendré par un système binaire de trous noirs

ondes gravitationnelles = perturbations dans la courbure de l'espace-temps

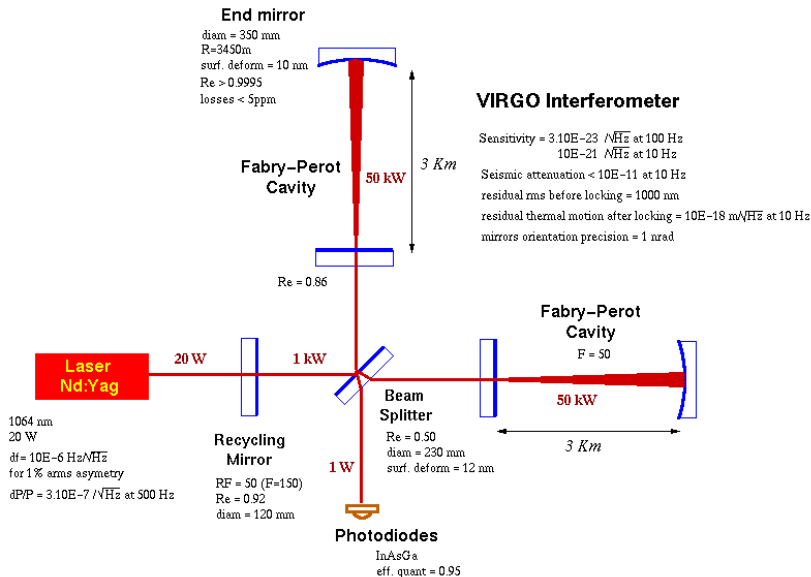
- traduisent la **dynamique** de l'espace-temps
- engendrées par l'accélération de la matière
- loin des sources, se propagent à la vitesse de la lumière
- NB : les **ondes électromagnétiques** (ondes radio, IR, optique, UV, X et gamma) sont des perturbations du champ électromagnétique qui se propagent *dans* l'espace-temps, alors que les **ondes gravitationnelles** sont des ondes de l'espace-temps *lui-même*

Détection sur Terre des ondes gravitationnelles



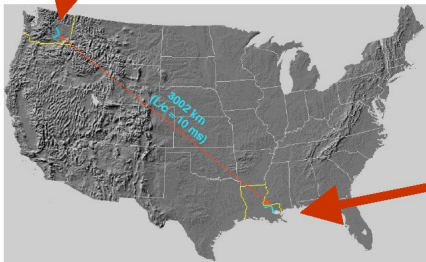
Détecteur interférométrique **VIRGO** sur le site de Cascina, près de Pise [CNRS/INFN]

Schéma optique de l'interféromètre VIRGO



Interféromètres LIGO

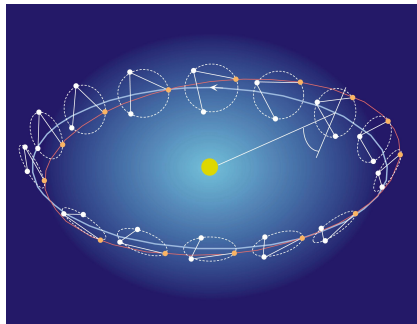
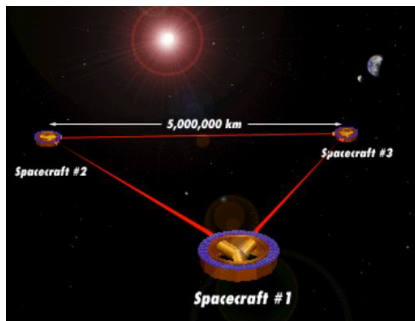
Hanford (H1=4km, H2=2km)



Livingston (L1=4km)



Projet spatial LISA (ESA/NASA)

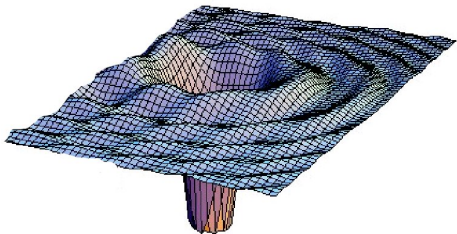


Bande de fréquences : 0,1 mHz \rightarrow 0,1 Hz

Mission LISA Pathfinder : 2011

Lancement LISA \sim 2020

Trous noirs et ondes gravitationnelles



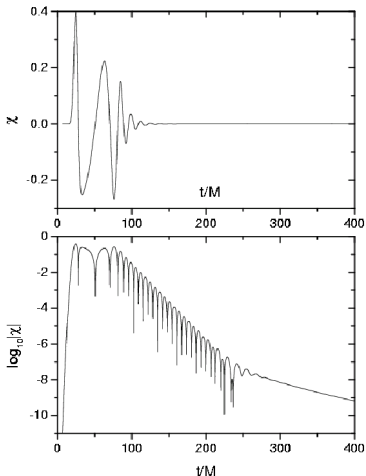
Lien intime entre les trous noirs et les ondes gravitationnelles :

Les trous noirs et les ondes gravitationnelles sont tous deux des **distorsions de l'espace-temps** :

- distorsions extrêmes (trous noirs)
- distorsions minimales (ondes gravitationnelles)

En particulier, trous noirs et ondes gravitationnelles sont tous deux des **solutions du vide** des équations de la Relativité Générale (équations d'Einstein)

Oscillations des trous noirs



[Kokkotas & Schmidt, Liv. Rev. Relat. 2, 2 (1999)]

Trous noirs hors d'équilibre :

- trou noir nouvellement formé : *cœur de supernova, coalescence d'un système binaire d'objets compacts*
- trou noir excité par la *chute de matière* (étoile ou accréation de plasma (*microquasars*))

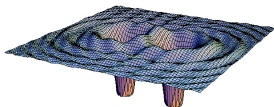
Désexcitation par émission d'ondes gravitationnelles sous forme de **modes quasi-normaux**.

La détection de ces ondes gravitationnelles permet la mesure directe de la masse M et du moment cinétique J du trou noir.

$$M = 10 M_{\odot} \Rightarrow \begin{cases} f = 1.2 \text{ kHz} & (\text{VIRGO}) \\ \tau = 0.55 \text{ ms} \end{cases}$$

$$M = 10^6 M_{\odot} \Rightarrow \begin{cases} f = 12 \text{ mHz} & (\text{LISA}) \\ \tau = 55 \text{ s} \end{cases}$$

Coalescence d'un système binaire de trous noirs



Intérêt pour la détection : la source principale attendue pour VIRGO et LIGO

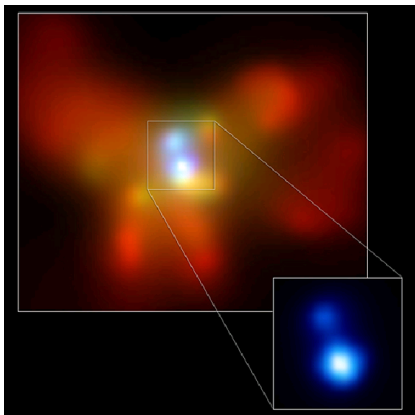
Intérêt théorique :

- trou noir binaire : le problème à deux corps par excellence de la Relativité Générale
- test de la Relativité Générale dans un régime dynamique et en champ fort

Intérêt astrophysique :

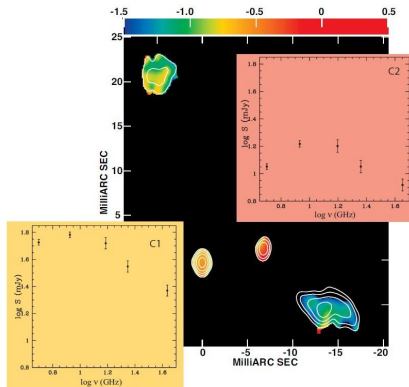
- taux de coalescences \implies évolution des étoiles massives
- signal gravitationnel de la phase spirale \implies mesure de la constante de Hubble H_0
- observations des trous noirs supermassifs à grand $z \implies$ formation des galaxies

Systèmes binaires de trous noirs dans l'Univers



Binary BH in galaxy NGC 6240
 $d = 1.4 \text{ kpc}$

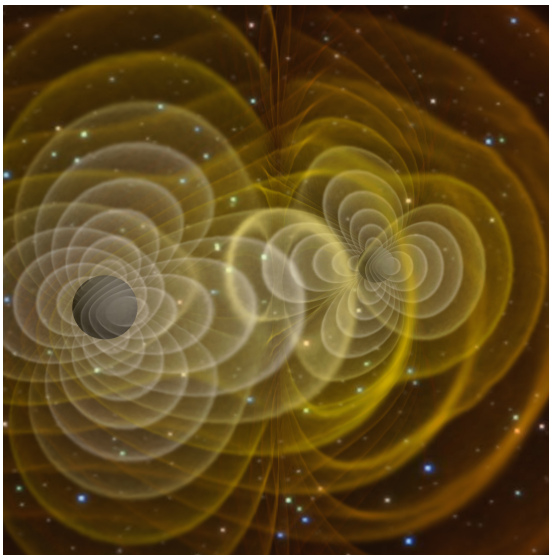
[Komossa et al., ApJ 582, L15 (2003)]



Binary BH in radio galaxy 0402+379
 $d = 7.3 \text{ pc}$

[Rodriguez et al., ApJ 646, 49 (2006)]

Coalescence d'un système binaire de trous noirs



Baker et al., 2006

Preuve définitive de l'existence des trous noirs

Chute en spirale d'un trou noir stellaire $m = 5 M_{\odot}$ dans un trou noir supermassif en rotation rapide $M = 10^6 M_{\odot}$:

- Temps écoulé entre le rayon orbital $r = 8M$ et la dernière orbite stable : ~ 1 an
- Nombre de cycles dans l'onde gravitationnelle : 10^5
- Bande de fréquences balayée par le signal gravitationnel : $3 \text{ mHz} \leq f \leq 30 \text{ mHz}$
- Distance maximale de détectabilité par **LISA** (rapport signal sur bruit > 10) : ~ 1 Gpc

Preuve définitive de l'existence des trous noirs

Chute en spirale d'un trou noir stellaire $m = 5 M_{\odot}$ dans un trou noir supermassif en rotation rapide $M = 10^6 M_{\odot}$:

- Temps écoulé entre le rayon orbital $r = 8M$ et la dernière orbite stable : ~ 1 an
- Nombre de cycles dans l'onde gravitationnelle : 10^5
- Bande de fréquences balayée par le signal gravitationnel : $3 \text{ mHz} \leq f \leq 30 \text{ mHz}$
- Distance maximale de détectabilité par **LISA** (rapport signal sur bruit > 10) : ~ 1 Gpc

Mesure d'un grand nombre de cycles \Rightarrow cartographie détaillée de l'espace-temps autour de l'objet central

Comparaison avec l'espace-temps d'un trou noir en rotation (Kerr) \Rightarrow preuve irréfutable de l'existence de trous noirs dans notre univers

Taux de détection attendu pour LISA : 1 à 10 par an jusqu'à 1 Gpc.

Outline

- 1 Les prédictions théoriques
- 2 Les trous noirs comme objets astrophysiques
- 3 Observer les trous noirs en ondes gravitationnelles
- 4 Bibliographie

Bibliographie

- S. Collin-Zahn, 2009, *Des quasars aux trous noirs*, EDP Sciences
- T. Damour, 2005, *Si Einstein m'était conté*, Le Cherche Midi
- J.-P. Luminet, 1992, *Les trous noirs*, Seuil
- J. Paul, 1998, *L'homme qui courait après son étoile*, Odile Jacob
- K.S. Thorne, 1997, *Trous noirs et distorsions du temps*, Flammarion