Géométrisation du critère de simultanéité d'Einstein
Mesure des temps et des distances

Eric Gourgoulhon

Laboratoire Univers et Théories (LUTH)
CNRS / Observatoire de Paris / Université Paris Diderot
F-92195 Meudon, France

eric.gourgoulhon@obspm.fr

http://www.luth.obspm.fr/~luthier/gourgoulhon/

Journée sur la mesure en physique
LUTH, Meudon, 23 novembre 2007

Avertissement

- Je ne suis pas historien

Avertissement

- Je ne suis pas historien
- Il n'y a rien d'original dans ce qui suit

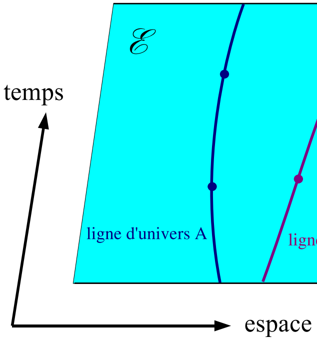
Avertissement

- Je ne suis pas historien
- Il n'y a rien d'original dans ce qui suit

On continue quand même ?

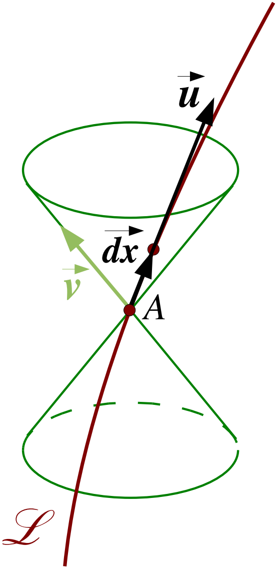
L'ensemble $\mathscr{E}$ des événements est un continuum à 4 dimensions:

- **théorie newtonienne:** $\mathscr{E}$ = espace affine sur $\mathbb{R}$
- **relativité restreinte:** $\mathscr{E}$ = espace affine sur $\mathbb{R}$
- **relativité générale:** $\mathscr{E}$ = variété différentiable



Un "point matériel" (particule) décrit une ligne d'univers dans $\mathscr{E}$

Mesure du temps le long d'une ligne d'univers

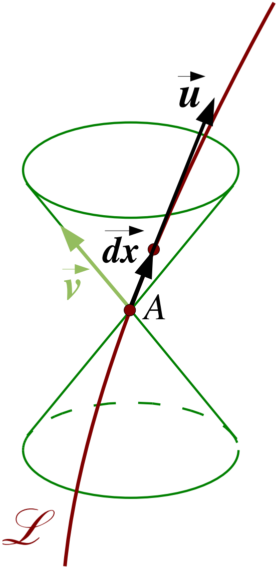


Temps propre le long d'une ligne d'univers:

$$\boxed{d\tau = \frac{1}{c}\sqrt{-\boldsymbol{g}(d\vec{\boldsymbol{x}}, d\vec{\boldsymbol{x}})}}$$

$\boldsymbol{g}$ = tenseur métrique :
forme bilinéaire non-dégénérée de signature $(-, +, +, +)$

Mesure du temps le long d'une ligne d'univers



Temps propre le long d'une ligne d'univers:

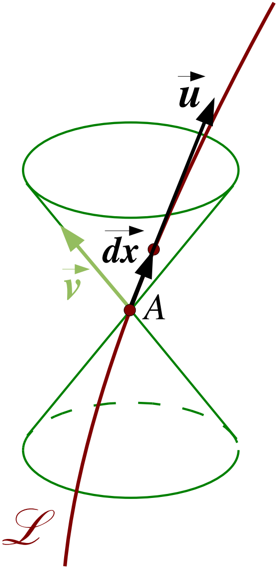
$$\boxed{d\tau = \frac{1}{c}\sqrt{-\boldsymbol{g}(d\vec{x}, d\vec{x})}}$$

$\boldsymbol{g}$ = tenseur métrique :
forme bilinéaire non-dégénérée de signature $(-,+,+,+)$

Géométrisation du principe de constance de la vitesse de la lumière:

les lignes d'univers des photons sont les lignes isotropes de $\boldsymbol{g}$ (vecteur tangent $\vec{v}$ / $\boldsymbol{g}(\vec{v},\vec{v}) = 0$)

Mesure du temps le long d'une ligne d'univers



Temps propre le long d'une ligne d'univers:

$$\boxed{d\tau = \frac{1}{c}\sqrt{-\boldsymbol{g}(d\vec{\boldsymbol{x}}, d\vec{\boldsymbol{x}})}}$$

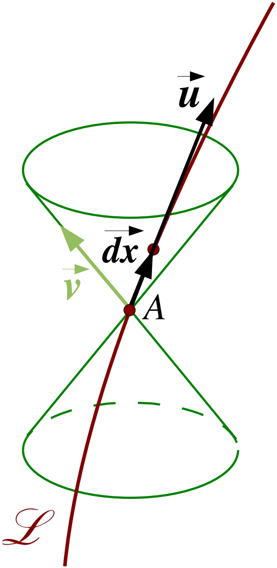
$\boldsymbol{g}$ = tenseur métrique :
forme bilinéaire non-dégénérée de signature $(-,+,+,+)$

Géométrisation du principe de constance de la vitesse de la lumière:

les lignes d'univers des photons sont les lignes isotropes de $\boldsymbol{g}$ (vecteur tangent $\vec{\boldsymbol{v}}$ / $\boldsymbol{g}(\vec{\boldsymbol{v}}, \vec{\boldsymbol{v}}) = 0$)

Espace-temps relativiste: $(\mathscr{E}, \boldsymbol{g})$

Mesure du temps le long d'une ligne d'univers



Temps propre le long d'une ligne d'univers:

$$\boxed{d\tau = \frac{1}{c}\sqrt{-\boldsymbol{g}(d\vec{\boldsymbol{x}}, d\vec{\boldsymbol{x}})}}$$

$\boldsymbol{g}$ = tenseur métrique :
forme bilinéaire non-dégénérée de signature $(-,+,+,+)$

Géométrisation du principe de constance de la vitesse de la lumière:

les lignes d'univers des photons sont les lignes isotropes de $\boldsymbol{g}$ (vecteur tangent $\vec{\boldsymbol{v}}$ / $\boldsymbol{g}(\vec{\boldsymbol{v}}, \vec{\boldsymbol{v}}) = 0$)

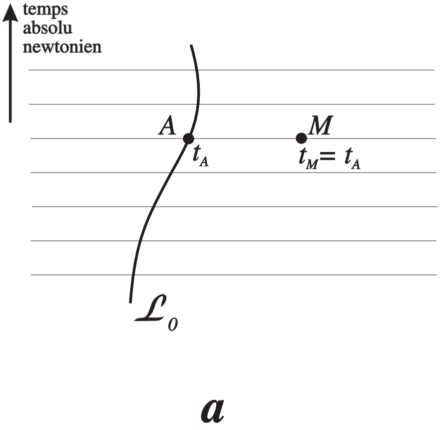
Espace-temps relativiste: $(\mathscr{E}, \boldsymbol{g})$

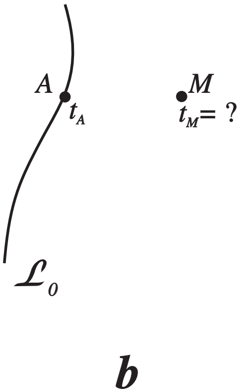
4-vitesse $\vec{\boldsymbol{u}}$ = vecteur tangent unitaire à la ligne d'univers:

$$\vec{\boldsymbol{u}} := \frac{1}{c}\frac{d\vec{\boldsymbol{x}}}{d\tau}, \qquad \boldsymbol{g}(\vec{\boldsymbol{u}}, \vec{\boldsymbol{u}}) = -1$$

Espace-temps newtonien

Espace-temps relativiste





problème de la définition de la **simultanéité**

Datation des événements distants: la solution

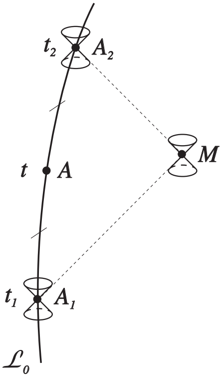
- Poincaré (1898): *nous n'avons pas d'intuition directe de la simultanéité de deux événements distants, ni même de leur ordre d'occurrence.*

Datation des événements distants: la solution

- Poincaré (1898): *nous n'avons pas d'intuition directe de la simultanéité de deux événements distants, ni même de leur ordre d'occurrence.*
- Poincaré (1900): méthode de synchronisation des horloges par échange de signaux lumineux $\rightarrow$ *temps local* de Lorentz (au premier ordre en v/c)

Datation des événements distants: la solution

- Poincaré (1898): *nous n'avons pas d'intuition directe de la simultanéité de deux événements distants, ni même de leur ordre d'occurrence.*
- Poincaré (1900): méthode de synchronisation des horloges par échange de signaux lumineux → *temps local* de Lorentz (au premier ordre en v/c)
- Einstein (1905):



M est *simultané à* A *pour l'observateur* $\mathcal{O}$ ssi

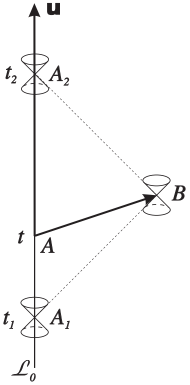
$$\boxed{t = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)}$$

où t_1 est le temps propre (vis-à-vis de $\mathcal{O}$) d'émission par $\mathcal{O}$ d'un photon qui atteint l'événement M et est réfléchi (sans délai) en M pour atteindre de nouveau l'observateur $\mathcal{O}$ au temps propre t_2.

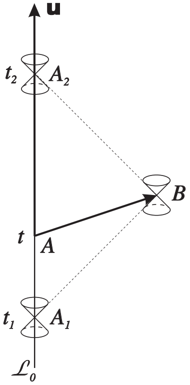
Simultanéité et orthogonalité à la ligne d'univers

B proche de $\mathscr{L}_0$ ($\mathscr{L}_0 \sim$ droite) :

$\overrightarrow{\boldsymbol{A_1 A}} = c(t - t_1)\vec{\boldsymbol{u}}$ et $\overrightarrow{\boldsymbol{A_2 A}} = c(t - t_2)\vec{\boldsymbol{u}}$



Simultanéité et orthogonalité à la ligne d'univers



B proche de $\mathscr{L}_0$ ($\mathscr{L}_0 \sim$ droite) :

$$\overrightarrow{A_1A} = c(t - t_1)\vec{u} \text{ et } \overrightarrow{A_2A} = c(t - t_2)\vec{u}$$

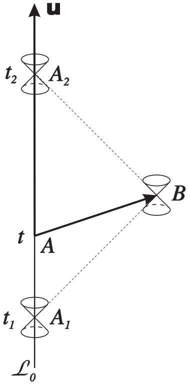
$\overrightarrow{A_1B}$ genre lumière $\iff g(\overrightarrow{A_1B}, \overrightarrow{A_1B}) = 0$

$\iff g(\overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A_1B} + \overrightarrow{AB}) = 0$

$\iff g(\overrightarrow{A_1A}, \overrightarrow{A_1A}) + 2g(\overrightarrow{A_1A}, \overrightarrow{AB}) + g(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}) = 0$

$\iff -c^2(t - t_1)^2 + 2c(t - t_1)\, g(\vec{u}, \overrightarrow{AB}) + g(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}) = 0$ (1)

Simultanéité et orthogonalité à la ligne d'univers



B proche de $\mathscr{L}_0$ ($\mathscr{L}_0 \sim$ droite) :

$$\overrightarrow{\boldsymbol{A_1 A}} = c(t - t_1)\vec{\boldsymbol{u}} \text{ et } \overrightarrow{\boldsymbol{A_2 A}} = c(t - t_2)\vec{\boldsymbol{u}}$$

$\overrightarrow{\boldsymbol{A_1 B}}$ genre lumière $\iff \boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{A_1 B}}, \overrightarrow{\boldsymbol{A_1 B}}) = 0$

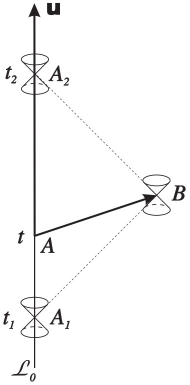
$$\iff \boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{A_1 A}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{A_1 B}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) = 0$$

$$\iff \boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{A_1 A}}, \overrightarrow{\boldsymbol{A_1 A}}) + 2\boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{A_1 A}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) + \boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) = 0$$

$$\iff -c^2(t - t_1)^2 + 2c(t - t_1)\, \boldsymbol{g}(\vec{\boldsymbol{u}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) + \boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) = 0 \quad (1)$$

De même, $\overrightarrow{\boldsymbol{A_2 B}}$ genre lumière

$$\iff -c^2(t - t_2)^2 + 2c(t - t_2)\, \boldsymbol{g}(\vec{\boldsymbol{u}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) + \boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) = 0 \quad (2)$$



B proche de $\mathscr{L}_0$ ($\mathscr{L}_0 \sim$ droite) :

$$\overrightarrow{\boldsymbol{A_1 A}} = c(t - t_1)\vec{\boldsymbol{u}} \text{ et } \overrightarrow{\boldsymbol{A_2 A}} = c(t - t_2)\vec{\boldsymbol{u}}$$

$\overrightarrow{\boldsymbol{A_1 B}}$ genre lumière $\iff \boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{A_1 B}}, \overrightarrow{\boldsymbol{A_1 B}}) = 0$

$$\iff \boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{A_1 A}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{A_1 B}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) = 0$$

$$\iff \boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{A_1 A}}, \overrightarrow{\boldsymbol{A_1 A}}) + 2\boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{A_1 A}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) + \boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) = 0$$

$$\iff -c^2(t - t_1)^2 + 2c(t - t_1)\, \boldsymbol{g}(\vec{\boldsymbol{u}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) + \boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) = 0 \quad (1)$$

De même, $\overrightarrow{\boldsymbol{A_2 B}}$ genre lumière

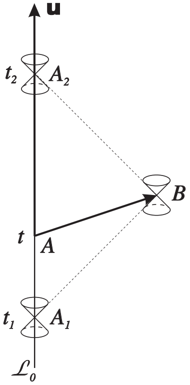
$$\iff -c^2(t - t_2)^2 + 2c(t - t_2)\, \boldsymbol{g}(\vec{\boldsymbol{u}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) + \boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) = 0 \quad (2)$$

Solution du système (1)+(2) pour t, t_1 et t_2 fixés:

$$\boldsymbol{g}(\vec{\boldsymbol{u}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) = c\left[t - \frac{1}{2}(t_1 + t_2)\right] \quad (3)$$

$$\boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}) = c^2(t - t_1)(t_2 - t) \quad (4)$$

Simultanéité et orthogonalité à la ligne d'univers



B proche de $\mathscr{L}_0$ ($\mathscr{L}_0 \sim$ droite) :

$$\overrightarrow{A_1A} = c(t-t_1)\vec{u} \text{ et } \overrightarrow{A_2A} = c(t-t_2)\vec{u}$$

$\overrightarrow{A_1B}$ genre lumière $\iff \boldsymbol{g}(\overrightarrow{A_1B}, \overrightarrow{A_1B}) = 0$

$$\iff \boldsymbol{g}(\overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A_1B} + \overrightarrow{AB}) = 0$$

$$\iff \boldsymbol{g}(\overrightarrow{A_1A}, \overrightarrow{A_1A}) + 2\boldsymbol{g}(\overrightarrow{A_1A}, \overrightarrow{AB}) + \boldsymbol{g}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}) = 0$$

$$\iff -c^2(t-t_1)^2 + 2c(t-t_1)\,\boldsymbol{g}(\vec{u}, \overrightarrow{AB}) + \boldsymbol{g}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}) = 0 \quad (1)$$

De même, $\overrightarrow{A_2B}$ genre lumière

$$\iff -c^2(t-t_2)^2 + 2c(t-t_2)\,\boldsymbol{g}(\vec{u}, \overrightarrow{AB}) + \boldsymbol{g}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}) = 0 \quad (2)$$

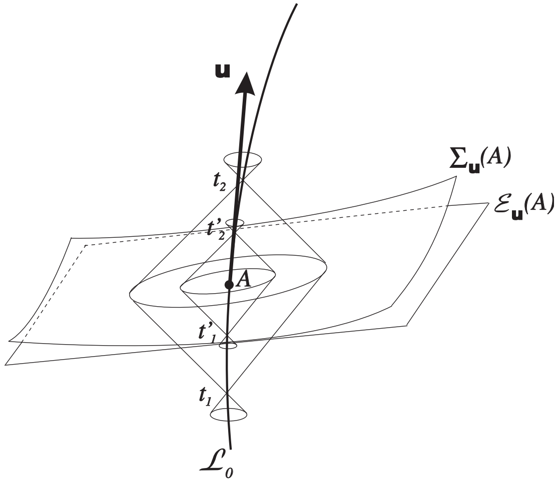
Solution du système (1)+(2) pour t, t_1 et t_2 fixés:

$$\boldsymbol{g}(\vec{u}, \overrightarrow{AB}) = c\left[t - \frac{1}{2}(t_1+t_2)\right] \quad (3)$$

$$\boldsymbol{g}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}) = c^2(t-t_1)(t_2-t) \quad (4)$$

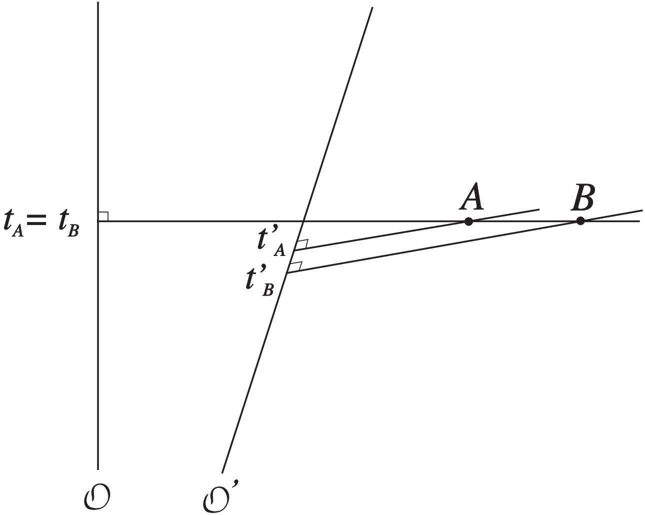
Ainsi le critère de simultanéité d'Einstein devient

$$\boxed{t = \frac{1}{2}(t_1+t_2) \iff \boldsymbol{g}(\vec{u}, \overrightarrow{AB}) = 0 \iff \overrightarrow{AB} \text{ orthogonal à } \mathscr{L}_0}$$



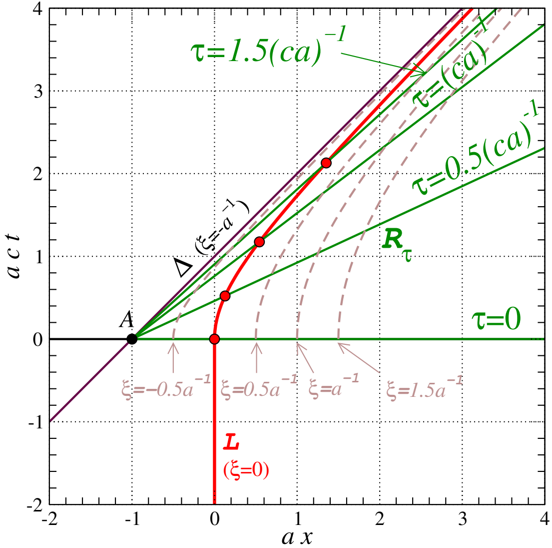
Ensemble des événements simultanés avec A pour l'obs. $\mathcal{O}$: hypersurface $\Sigma_{\boldsymbol{u}}(A)$
Espace tangent à $\Sigma_{\boldsymbol{u}}(A)$ en A: hyperplan $\mathscr{E}_{\boldsymbol{u}}(A)$ = espace local de simultanéité

Relativité de la simultanéité



Les événements A et B sont simultanés pour l'observateur $\mathcal{O}$, mais pas pour l'observateur $\mathcal{O}'$.

Horizon de Rindler



Observateur accéléré

$\vec{\boldsymbol{a}} = \frac{1}{c}\frac{d\vec{\boldsymbol{u}}}{d\tau}$ (4-accélér.)

$t < 0$: $\vec{\boldsymbol{a}} = 0$ (mvmt. inertiel)

$t \geq 0$: $\vec{\boldsymbol{a}} \cdot \vec{\boldsymbol{a}} = a^2 = \text{const}$

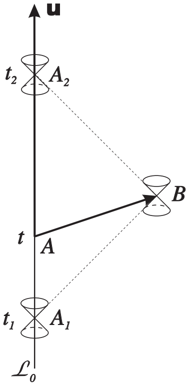
accélération / obs. inertiel:

$\gamma = ac^2 \left[1 + (act)^2\right]^{-3/2}$

Les espaces locaux de simultanéité se recoupent pour des distances $\sim a^{-1}$

Pour $\gamma = 10 \text{ m s}^{-2}$, $a^{-1} \simeq 9 \times 10^{15}$ m $\simeq$ 1 année-lumière !

Mesure chronométrique des distances



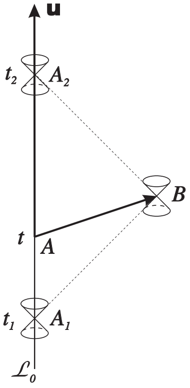
La distance entre deux événements A et B séparés spatialement est donnée par le tenseur métrique: $d_{AB} = \sqrt{\boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}})}$

D'après le résultat (4) :

$$\boxed{d_{AB} = c\sqrt{(t - t_1)(t_2 - t)}}$$

Robb (1936), Synge (1956)

Mesure chronométrique des distances



La distance entre deux événements A et B séparés spatialement est donnée par le tenseur métrique: $d_{AB} = \sqrt{\boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}})}$

D'après le résultat (4) :

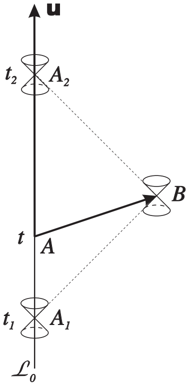
$$\boxed{d_{AB} = c\sqrt{(t - t_1)(t_2 - t)}}$$

Robb (1936), Synge (1956)

Si $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ est orthogonal à la ligne d'univers, alors $t = (t_1 + t_2)/2$ et la formule ci-dessus se simplifie en

$$d_{AB} = \frac{1}{2} c(t_2 - t_1)$$

Mesure chronométrique des distances



La distance entre deux événements A et B séparés spatialement est donnée par le tenseur métrique: $d_{AB} = \sqrt{\boldsymbol{g}(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}, \overrightarrow{\boldsymbol{AB}})}$

D'après le résultat (4) :

$$\boxed{d_{AB} = c\sqrt{(t - t_1)(t_2 - t)}}$$

Robb (1936), Synge (1956)

Si $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ est orthogonal à la ligne d'univers, alors $t = (t_1 + t_2)/2$ et la formule ci-dessus se simplifie en

$$d_{AB} = \frac{1}{2}c(t_2 - t_1)$$

$\Rightarrow$ pas besoin de règle !

les photons suffisent

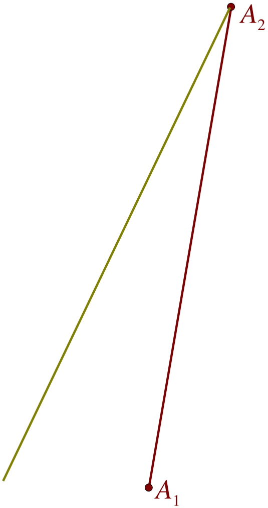
Pas besoin d'horloges atomiques non plus !

Des photons et des particules libres suffisent pour mesurer des temps propres, et définir ainsi une

horloge géodésique

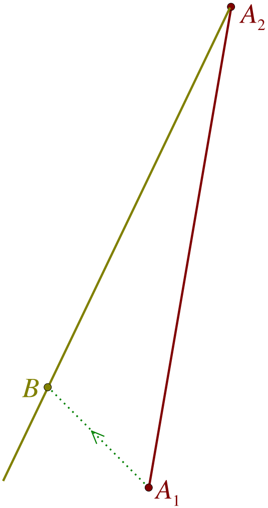
Construction de Marzke & Wheeler (1964)

1. Ligne d'univers de la particule $\mathscr{P}_1$ (base de l'horloge)



Construction de Marzke & Wheeler (1964)

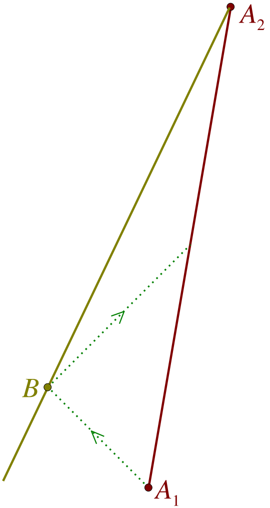
1. Ligne d'univers de la particule $\mathscr{P}_1$ (base de l'horloge)
2. Particule $\mathscr{P}_2$, rencontre $\mathscr{P}_1$ en l'événement A_2



Construction de Marzke & Wheeler (1964)

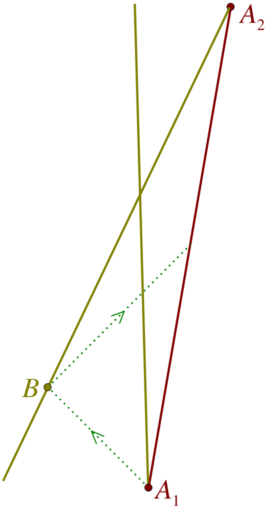
1. Ligne d'univers de la particule $\mathscr{P}_1$ (base de l'horloge)
2. Particule $\mathscr{P}_2$, rencontre $\mathscr{P}_1$ en l'événement A_2
3. Émission par $\mathscr{P}_1$ d'un rayon lumineux en A_1

Horloge géodésique de Marzke-Wheeler



Construction de Marzke & Wheeler (1964)

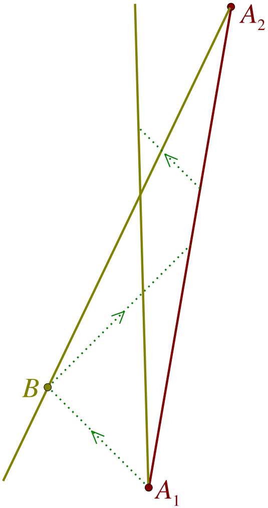
1. Ligne d'univers de la particule $\mathscr{P}_1$ (base de l'horloge)
2. Particule $\mathscr{P}_2$, rencontre $\mathscr{P}_1$ en l'événement A_2
3. Émission par $\mathscr{P}_1$ d'un rayon lumineux en A_1
4. Réflexion par $\mathscr{P}_2$ en B



Construction de Marzke & Wheeler (1964)

1. Ligne d'univers de la particule $\mathscr{P}_1$ (base de l'horloge)
2. Particule $\mathscr{P}_2$, rencontre $\mathscr{P}_1$ en l'événement A_2
3. Émission par $\mathscr{P}_1$ d'un rayon lumineux en A_1
4. Réflexion par $\mathscr{P}_2$ en B
5. Particule $\mathscr{P}_3$, qui a rencontré $\mathscr{P}_1$ en A_1

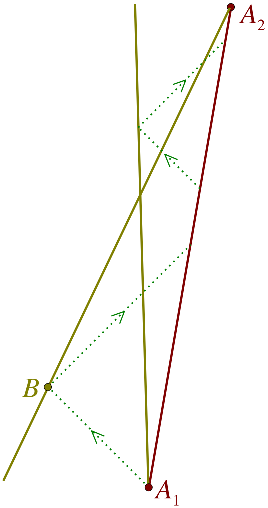
Horloge géodésique de Marzke-Wheeler



Construction de Marzke & Wheeler (1964)

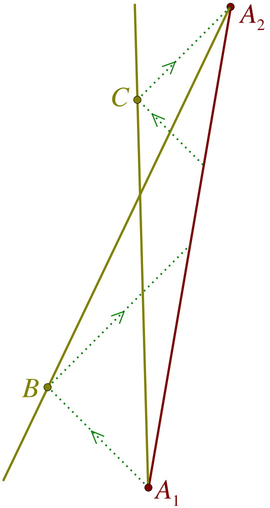
1. Ligne d'univers de la particule $\mathscr{P}_1$ (base de l'horloge)
2. Particule $\mathscr{P}_2$, rencontre $\mathscr{P}_1$ en l'événement A_2
3. Émission par $\mathscr{P}_1$ d'un rayon lumineux en A_1
4. Réflexion par $\mathscr{P}_2$ en B
5. Particule $\mathscr{P}_3$, qui a rencontré $\mathscr{P}_1$ en A_1
6. Par essai...

Horloge géodésique de Marzke-Wheeler



Construction de Marzke & Wheeler (1964)

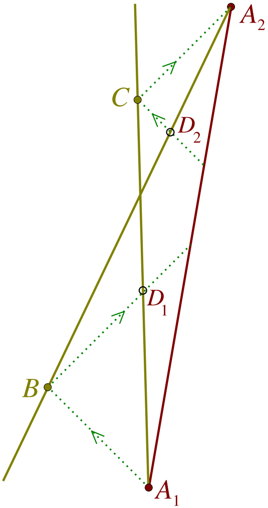
1. Ligne d'univers de la particule $\mathscr{P}_1$ (base de l'horloge)
2. Particule $\mathscr{P}_2$, rencontre $\mathscr{P}_1$ en l'événement A_2
3. Émission par $\mathscr{P}_1$ d'un rayon lumineux en A_1
4. Réflexion par $\mathscr{P}_2$ en B
5. Particule $\mathscr{P}_3$, qui a rencontré $\mathscr{P}_1$ en A_1
6. Par essai...
7. ... et erreur



Construction de Marzke & Wheeler (1964)

1. Ligne d'univers de la particule $\mathscr{P}_1$ (base de l'horloge)
2. Particule $\mathscr{P}_2$, rencontre $\mathscr{P}_1$ en l'événement A_2
3. Émission par $\mathscr{P}_1$ d'un rayon lumineux en A_1
4. Réflexion par $\mathscr{P}_2$ en B
5. Particule $\mathscr{P}_3$, qui a rencontré $\mathscr{P}_1$ en A_1
6. Par essai...
7. ... et erreur
8. $\mathscr{P}_1$ envoie un signal lumineux qui, une fois réfléchi en C par $\mathscr{P}_3$, retourne vers $\mathscr{P}_1$ en A_2

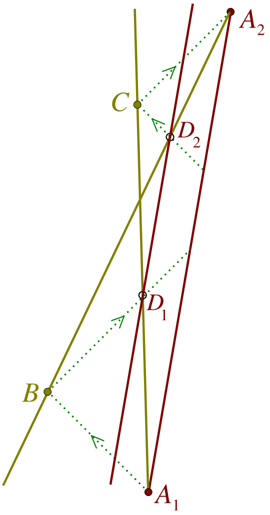
Horloge géodésique de Marzke-Wheeler



Construction de Marzke & Wheeler (1964)

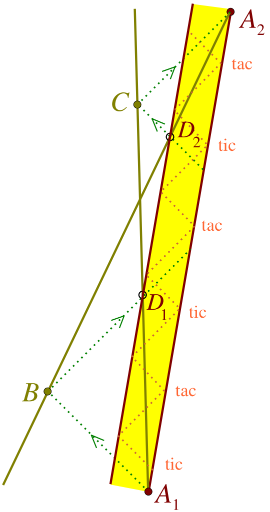
1. Ligne d'univers de la particule $\mathscr{P}_1$ (base de l'horloge)
2. Particule $\mathscr{P}_2$, rencontre $\mathscr{P}_1$ en l'événement A_2
3. Émission par $\mathscr{P}_1$ d'un rayon lumineux en A_1
4. Réflexion par $\mathscr{P}_2$ en B
5. Particule $\mathscr{P}_3$, qui a rencontré $\mathscr{P}_1$ en A_1
6. Par essai...
7. ... et erreur
8. $\mathscr{P}_1$ envoie un signal lumineux qui, une fois réfléchi en C par $\mathscr{P}_3$, retourne vers $\mathscr{P}_1$ en A_2
9. D_1 = rencontre de $\mathscr{P}_3$ et du rayon réfléchi en B; D_2 = rencontre de $\mathscr{P}_2$ et du rayon qui part vers C

Horloge géodésique de Marzke-Wheeler



Construction de Marzke & Wheeler (1964)

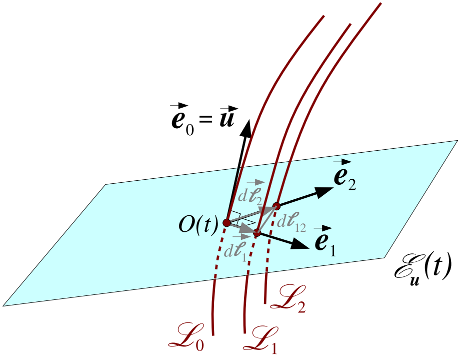
1. Ligne d'univers de la particule $\mathscr{P}_1$ (base de l'horloge)
2. Particule $\mathscr{P}_2$, rencontre $\mathscr{P}_1$ en l'événement A_2
3. Émission par $\mathscr{P}_1$ d'un rayon lumineux en A_1
4. Réflexion par $\mathscr{P}_2$ en B
5. Particule $\mathscr{P}_3$, qui a rencontré $\mathscr{P}_1$ en A_1
6. Par essai...
7. ... et erreur
8. $\mathscr{P}_1$ envoie un signal lumineux qui, une fois réfléchi en C par $\mathscr{P}_3$, retourne vers $\mathscr{P}_1$ en A_2
9. D_1 = rencontre de $\mathscr{P}_3$ et du rayon réfléchi en B; D_2 = rencontre de $\mathscr{P}_2$ et du rayon qui part vers C
10. La ligne d'univers D_1D_2 est **parallèle** à A_1A_2



Construction de Marzke & Wheeler (1964)

1. Ligne d'univers de la particule $\mathscr{P}_1$ (base de l'horloge)
2. Particule $\mathscr{P}_2$, rencontre $\mathscr{P}_1$ en l'événement A_2
3. Émission par $\mathscr{P}_1$ d'un rayon lumineux en A_1
4. Réflexion par $\mathscr{P}_2$ en B
5. Particule $\mathscr{P}_3$, qui a rencontré $\mathscr{P}_1$ en A_1
6. Par essai...
7. ... et erreur
8. $\mathscr{P}_1$ envoie un signal lumineux qui, une fois réfléchi en C par $\mathscr{P}_3$, retourne vers $\mathscr{P}_1$ en A_2
9. D_1 = rencontre de $\mathscr{P}_3$ et du rayon réfléchi en B;
   D_2 = rencontre de $\mathscr{P}_2$ et du rayon qui part vers C
10. La ligne d'univers $D_1 D_2$ est **parallèle** à $A_1 A_2$
11. Horloge de lumière entre ces deux lignes d'univers

Notion d'observateur

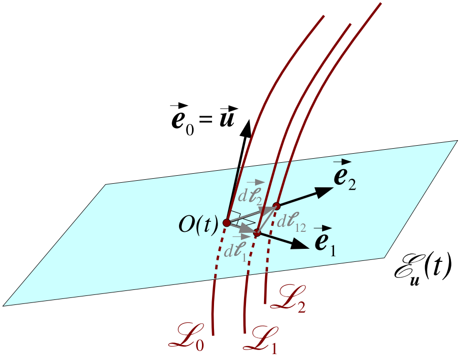


$$d\vec{\ell}_i = d\ell_i\, \vec{e}_i$$
$$d\vec{\ell}_{ij} = d\vec{\ell}_j - d\vec{\ell}_i$$

Définition géométrique

Ligne d'univers $\mathscr{L}_0$, munie en chaque point $O(t)$ d'une tétrade orthonormale $(\vec{e}_0, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ telle que $\vec{e}_0 = \vec{u}$
$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est alors une base orthonormale de l'espace local de simultanéité $\mathscr{E}_{\boldsymbol{u}}(t)$

Notion d'observateur



$$d\vec{\ell}_i = d\ell_i\,\vec{e}_i$$
$$d\vec{\ell}_{ij} = d\vec{\ell}_j - d\vec{\ell}_i$$

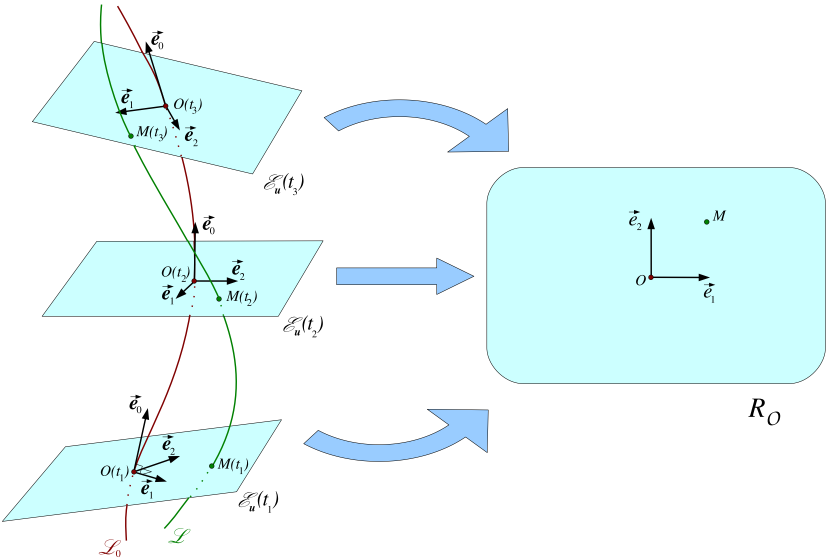
Définition géométrique

Ligne d'univers $\mathscr{L}_0$, munie en chaque point $O(t)$ d'une tétrade orthonormale $(\vec{e}_0, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ telle que $\vec{e}_0 = \vec{u}$
$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est alors une base orthonormale de l'espace local de simultanéité $\mathscr{E}_{\boldsymbol{u}}(t)$

Réalisation physique

4 lignes d'univers $\mathscr{L}_0$, $\mathscr{L}_1$, $\mathscr{L}_2$, $\mathscr{L}_3$, munis d'horloges standard, ainsi que d'un système d'émission et de réception de photons
Triade $(\vec{e}_i)$ définie par Pythagore:
$\boldsymbol{g}(d\vec{\ell}_{ij}, d\vec{\ell}_{ij}) = \boldsymbol{g}(d\vec{\ell}_i, d\vec{\ell}_i) + \boldsymbol{g}(d\vec{\ell}_j, d\vec{\ell}_j)$
chaque longueur étant évaluée par la formule de Robb-Synge

Espace (tridimensionnel) de référence d'un observateur



Références

- Einstein A., 1905, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Annalen der Physik **17**, 891-921.
- Poincaré H., 1898, *La mesure du temps*, Revue de Métaphysique et de Morale **6**, 1.
- Poincaré H., 1900, *La théorie de Lorentz et le principe de la réaction*, dans *Recueil de travaux offerts par les auteurs à H.A. Lorentz à l'occasion du 25ème anniversaire de son doctorat le 11 décembre 1900*, Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles **5**, 252.
- Marzke R.F. & Wheeler J.A., 1964, *Gravitation as geometry, I*, dans *Gravitation and Relativity*, H.Y. Chiu & W.F. Hoffmann (eds.), Benjamin (New York).
- Robb A.A., 1936, *Geometry of Space and Time*, Cambridge University Press (Cambridge).
- Synge J.L., 1956, *Relativity: the Special Theory*, North-Holland (Amsterdam).