Figures of lecture 4

Geodesics and images in the Kerr metric

Éric Gourgoulhon

Laboratoire d'étude de l'Univers et des phénomènes eXtrêmes (LUX) Observatoire de Paris - PSL, CNRS, Sorbonne Université Meudon, France

https://relativite.obspm.fr/blackholes/paris25/

PSL graduate program in Physics / Doctoral School PIF ENS, Paris, France 21 May 2025

1/29

https://relativite.obspm.fr/blackholes/paris25/

includes

- these slides
- the lecture notes (draft)
- some SageMath notebooks

Prerequisite

An introductory course on general relativity

Éric Gourgoulhon (LUX)

Introduction to black hole theory 4

ENS, Paris, 21 May 2025 2 / 29

A (10) A (10)

Lense-Thirring effect



Trajectory in the equatorial plane of an incoming timelike geodesic with $E = \mu$, L = 0 and Q = 0, plunging into a Kerr black hole with a = 0.998 m.

3/29

Lense-Thirring effect



Trajectory in the equatorial plane of an incoming null geodesic with L = -6E < 0 and Q = 0, plunging into a Kerr black hole with a = 0.998 m.

- 4 日本 - 4 日本 ENS, Paris, 21 May 2025

4 / 29

4 AU >

Screen coordinates (α, β) of remote observer



Quartic polynomial $\mathcal{R}(r)$ in \mathscr{M}_{I}



ENS, Paris, 21 May 2025

- - E + - E +

3

6/29

Existence of spherical photon orbits



Functions $\ell_c(r_0)$ (in red) and $q_c(r_0)$ (in blue) giving the reduced angular momentum and reduced Carter constant of a spherical photon orbit of radius r_0 for a = 0.95 m. Values of q in the grey zone are unphysical.

Existence of spherical photon orbits



Functions $\ell_c(r_0)$ (in red) and $q_c(r_0)$ (in blue) giving the reduced angular momentum and reduced Carter constant of a spherical photon orbit of radius r_0 for a = 0.95 m. Values of q in the grey zone are unphysical.

Range of spherical photon orbits



Domain of existence of spherical photon orbits in the (a, r_0) plane (in green). The shaded area correspond to stable spherical orbits.

Éric Gourgoulhon (LUX)

Introduction to black hole theory 4

ENS, Paris, 21 May 2025 9 / 29

Spherical photon orbit at $r_0 = 1.6 m$



Spherical photon orbit at $r_0 = 1.6 m$ around a Kerr black hole with a = 0.95 m. Plot for $0 < \lambda < 7.7 m/E$: (=, 0.95 m/E)Eric Gourgoulhon (LUX) Introduction to black hole theory 4 ENS, Paris, 21 May 2025 10/29

Spherical photon orbit at $r_0 = 1.6 m$



Spherical photon orbit at $r_0 = 1.6 m$ around a Kerr black hole with a = 0.95 m. Plot for $0 \le \lambda \le 70 m/E$.

Éric Gourgoulhon (LUX)

Introduction to black hole theory 4

ENS, Paris, 21 May 2025 11/29

Spherical photon orbit at $r_0 = 2.8 m$



Spherical photon orbit at $r_0=2.8\,m$ around a Kerr black hole with $a=0.95\,m$

ENS, Paris, 21 May 2025 12 / 29

Spherical photon orbit at $r_0 = 3 m$



Spherical photon orbit at $r_0=3\,m$ around a Kerr black hole with $a=0.95\,m$

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

Photon region



Trace of the photon region (pale and dark green areas) in a meridional plane $(t, \varphi) = \text{const}$ of a Kerr spacetime with a = 0.95 m

Éric Gourgoulhon (LUX)

Introduction to black hole theory 4

ENC Duris 21 M

ENS, Paris, 21 May 2025 14 / 29

Critical null geodesic



Critical null geodesic of parameter $r_0 = 2.2 m$ in a Kerr spacetime with a = 0.95 m. For an interactive 3D view, see the SageMath notebook https://nbviewer.org/github/egourgoulhon/BHLectures/blob/master/sage/ Kerr_null_geod_plots.ipynb Eric Gourgoulhon (LUX) Introduction to black hole theory 4 ENS, Paris, 21 May 2025 15/29

Near-critical null geodesics



Both geodesics have $q = q_c(r_0)$ with $r_0 = 2.2 m$ (a = 0.95 m) green: $\ell = 1.0001 \ell_c(r_0)$, orange: $\ell = 0.9999 \ell_c(r_0)$

https://nbviewer.org/github/egourgoulhon/BHLectures/bPob/māstér/sagē/ $^{\circ,\circ,\circ}$ Éric Gourgoulhon (LUX) Introduction to black hole theory 4 ENS, Paris, 21 May 2025 16/29

Critical curve on the observer's screen a = 0.95 m, $\theta_{\mathcal{O}} = \pi/2$



ENS, Paris, 21 May 2025

17/29

Critical curve on the observer's screen a = 0.95 m, $\theta_{\mathcal{C}} = \pi/6$



Éric Gourgoulhon (LUX)

Introduction to black hole theory 4

ENS, Paris, 21 May 2025 18 / 29

Critical curve on the observer's screen a = 0.95 m, $\theta_{\mathcal{C}} = 0$



Éric Gourgoulhon (LUX)

Introduction to black hole theory 4

ENS, Paris, 21 May 2025 19 / 29

Scale factor $m/r_{\mathscr{O}}$

	Sgr A*	M87*	M31*	Cyg X-1
$m [M_{\odot}]$	$4.1 \ 10^{6}$	$6.2 \ 10^9$	$1.5 \ 10^8$	15
$r_{\mathscr{O}}$ [kpc]	8.12	$1.67 \ 10^4$	$7.6 \ 10^2$	1.86
$m/r_{\mathscr{O}}$	$2.4 \ 10^{-11}$	$1.8 \ 10^{-11}$	$9.4 \ 10^{-12}$	$3.9 \ 10^{-16}$
$m/r_{\mathscr{O}}$ [μ as]	5.0	3.7	1.9	$8.0 \ 10^{-5}$

ENS, Paris, 21 May 2025

イロト イヨト イヨト イヨト

20 / 29

Critical curve for an extremal Kerr black hole $a = m, \theta_{\mathcal{O}} = \pi/2$



Éric Gourgoulhon (LUX)

Introduction to black hole theory 4

ENS, Paris, 21 May 2025

21/29

Critical curve and spin parameter a



Éric Gourgoulhon (LUX)

Introduction to black hole theory 4

ENS, Paris, 21 May 2025

イロト イヨト イヨト イヨト

25 22/29

Image of an accretion disk $a = 0.5 m, \theta_{\mathcal{C}} = 0$



Computation with Gyoto ray tracing code (https://gyoto.obspm.fr/)

Éric Gourgoulhon (LUX)

Introduction to black hole theory 4

A I >
A I >
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A
A

Image of an accretion disk a = 0.5 m, $\theta_{\mathcal{O}} = \pi/3$



Computation with Gyoto ray tracing code (https://gyoto.obspm.fr/)

ENS, Paris, 21 May 2025 24 / 29

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

Image of an accretion disk a = 0.5 m, $\theta_{\mathcal{O}} = \pi/2$



Computation with Gyoto ray tracing code (https://gyoto.obspm.fr/)

Éric Gourgoulhon (LUX)

Introduction to black hole theory 4

ENS, Paris, 21 May 2025 25 / 29

(日) (周) (日) (日)

Image of an accretion disk $a = 0.95 m, \theta_{\mathcal{C}} = 0$



Computation with Gyoto ray tracing code (https://gyoto.obspm.fr/)

Éric Gourgoulhon (LUX)

Introduction to black hole theory 4

ENS, Paris, 21 May 2025 26 / 29

- E - N

Image of an accretion disk a = 0.95 m, $\theta_{\mathcal{O}} = \pi/3$



Computation with Gyoto ray tracing code (https://gyoto.obspm.fr/)

Éric Gourgoulhon (LUX)

Introduction to black hole theory 4

ENS, Paris, 21 May 2025 27 / 29

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

Image of an accretion disk a = 0.95 m, $\theta_{\mathcal{O}} = \pi/2$



Computation with Gyoto ray tracing code (https://gyoto.obspm.fr/)

Éric Gourgoulhon (LUX)

Introduction to black hole theory 4

ENS, Paris, 21 May 2025 28 / 29

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

EHT image of M87*

