

La gravitation relativiste: des trous noirs aux ondes gravitationnelles

Eric Gourgoulhon

Laboratoire de l'Univers et de ses Théories (LUTH)
CNRS / Observatoire de Paris
F-92195 Meudon, France
eric.gourgoulhon@obspm.fr

Lycée Carnot, Dijon, 1er avril 2005

- 1 Introduction
- 2 L'espace-temps relativiste
- 3 Génération et détection des ondes gravitationnelles
- 4 Trous noirs et ondes gravitationnelles
- 5 Conclusions

Aux alentours de Pise...



VIRGO : un interféromètre géant...



Détecteur d'ondes gravitationnelles VIRGO sur le site de Cascina, près de Pise
[CNRS/INFN]

Les ondes gravitationnelles : des vibrations de l'espace-temps

Mais au fait, qu'est-ce que **l'espace-temps** ?

Nous vivons dans un espace à **trois dimensions** :

- devant / derrière,
- gauche / droite,
- haut / bas

⇒ 3 nombres (x, y, z) (*coordonnées*) pour décrire la position d'un point dans l'espace.

Le temps ne possède qu'**une seule dimension** : passé / futur

⇒ 1 seul nombre t (*date*) pour localiser un événement dans le temps.

On peut unifier l'espace et le temps dans un continuum mathématique à **quatre dimensions** : **l'espace-temps**.

Concept dû à Albert Einstein, Henri Poincaré et Herman Minkowski au début du XX^{ème} siècle.

Les ondes gravitationnelles : des vibrations de l'espace-temps

Mais au fait, qu'est-ce que l'espace-temps ?

Nous vivons dans un espace à **trois dimensions** :

- devant / derrière,
- gauche / droite,
- haut / bas

⇒ 3 nombres (x, y, z) (*coordonnées*) pour décrire la position d'un point dans l'espace.

Le temps ne possède qu'une **seule dimension** : passé / futur

⇒ 1 seul nombre t (*date*) pour localiser un événement dans le temps.

On peut unifier l'espace et le temps dans un continuum mathématique à **quatre dimensions** : l'espace-temps.

Concept dû à Albert Einstein, Henri Poincaré et Herman Minkowski au début du XX^{ème} siècle.

Les ondes gravitationnelles : des vibrations de l'espace-temps

Mais au fait, qu'est-ce que **l'espace-temps** ?

Nous vivons dans un espace à **trois dimensions** :

- devant / derrière,
- gauche / droite,
- haut / bas

⇒ 3 nombres (x, y, z) (*coordonnées*) pour décrire la position d'un point dans l'espace.

Le temps ne possède qu'**une seule dimension** : passé / futur

⇒ 1 seul nombre t (*date*) pour localiser un événement dans le temps.

On peut unifier l'espace et le temps dans un continuum mathématique à *quatre dimensions* : **l'espace-temps**.

Concept dû à Albert Einstein, Henri Poincaré et Herman Minkowski au début du XX^{ème} siècle.

Les ondes gravitationnelles : des vibrations de l'espace-temps

Mais au fait, qu'est-ce que **l'espace-temps** ?

Nous vivons dans un espace à **trois dimensions** :

- devant / derrière,
- gauche / droite,
- haut / bas

⇒ 3 nombres (x, y, z) (*coordonnées*) pour décrire la position d'un point dans l'espace.

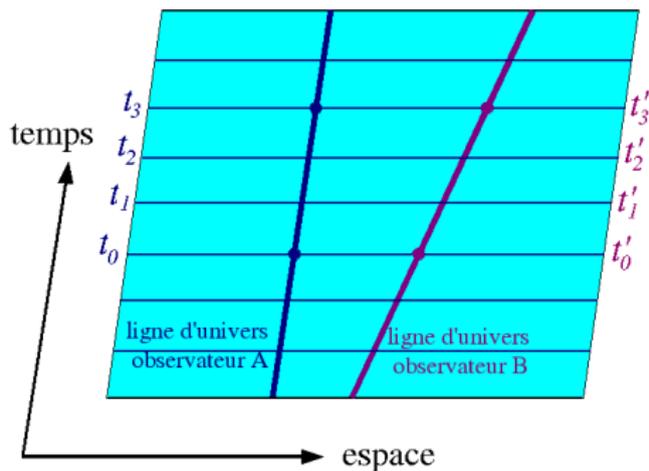
Le temps ne possède qu'**une seule dimension** : passé / futur

⇒ 1 seul nombre t (*date*) pour localiser un événement dans le temps.

On peut unifier l'espace et le temps dans un continuum mathématique à **quatre dimensions** : **l'espace-temps**.

Concept dû à Albert Einstein, Henri Poincaré et Herman Minkowski au début du XX^{ème} siècle.

L'espace-temps



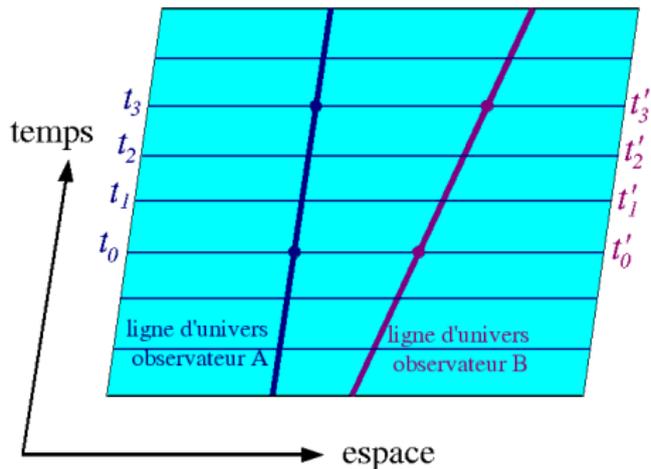
Espace-temps newtonien :

description math. : espace affine \mathbb{R}^4

structure absolue : temps universel

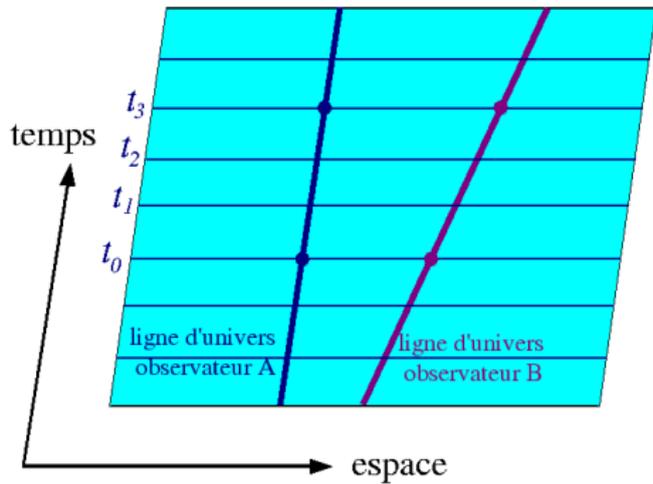
Tous les observateurs mesurent le même temps

L'espace-temps



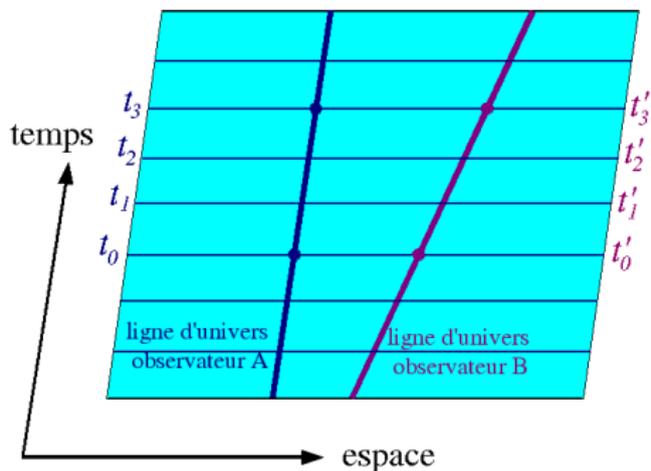
Espace-temps newtonien :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4
structure absolue : temps universel

Tous les observateurs mesurent le même temps



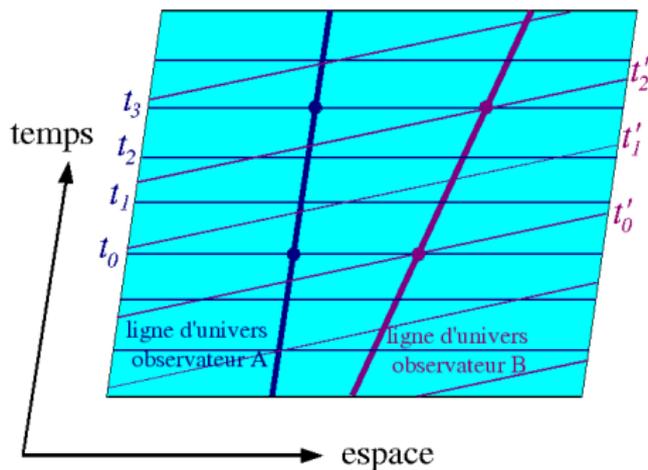
Espace-temps de la relativité restreinte :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4
 il n'y a plus de temps universel

L'espace-temps



Espace-temps newtonien :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4
structure absolue : temps universel

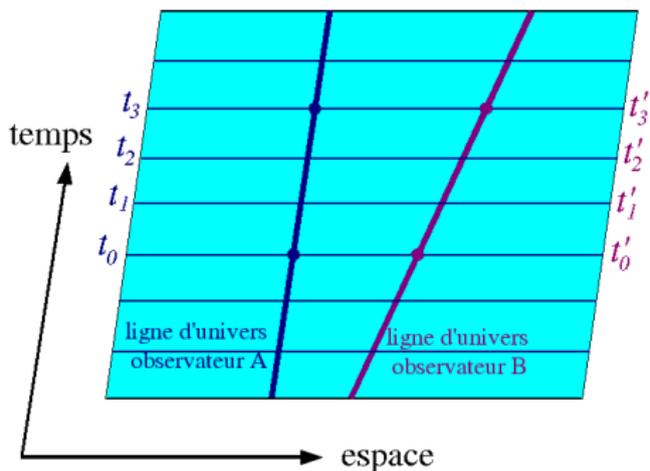
Tous les observateurs mesurent le même temps



Espace-temps de la relativité restreinte :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4
 il n'y a plus de temps universel

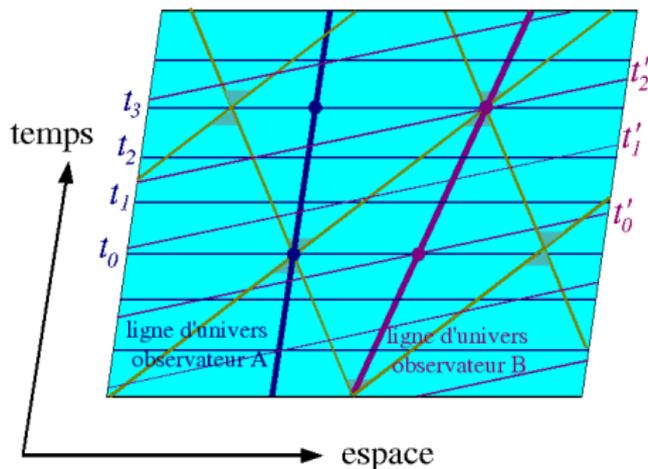
\implies la simultanéité est relative
 \implies phénomène de *dilatation des temps*

L'espace-temps



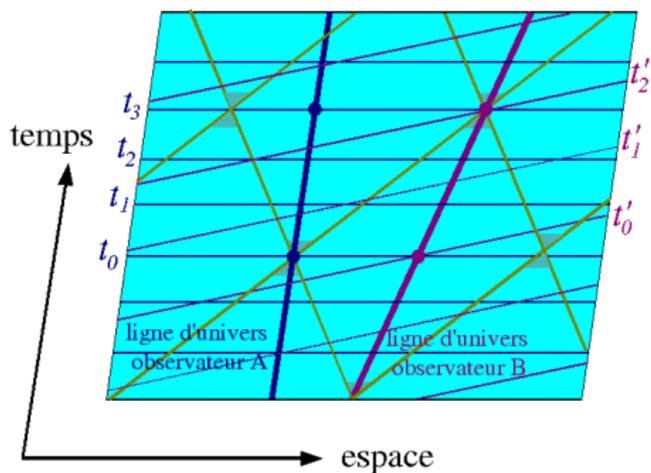
Espace-temps newtonien :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4
structure absolue : temps universel

Tous les observateurs mesurent le même temps



Espace-temps de la relativité restreinte :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4
il n'y a plus de temps universel
structure absolue : cônes de lumière
 \implies la simultanéité est relative
 \implies phénomène de *dilatation des temps*

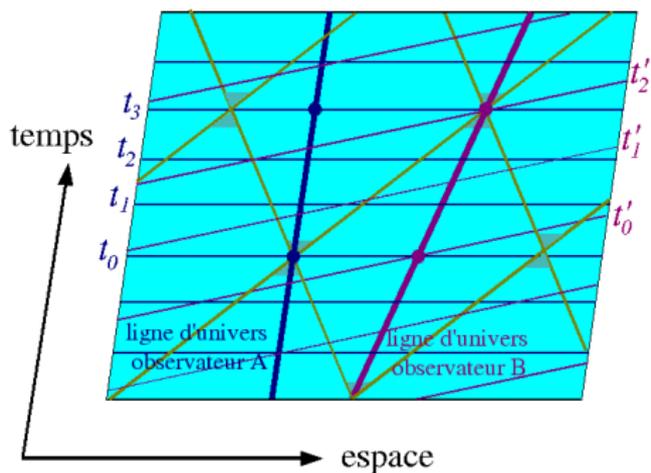
L'espace-temps relativiste



Espace-temps de la relativité restreinte :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4

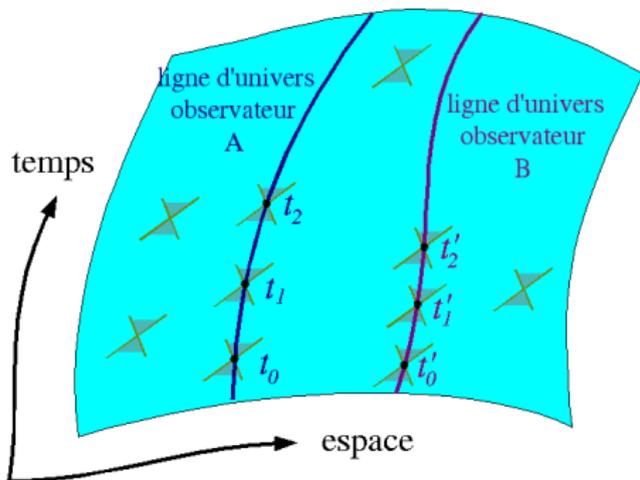
- OK pour l'**électromagnétisme**
- ne convient pas pour la **gravitation**

L'espace-temps relativiste



Espace-temps de la relativité restreinte :
description math. : espace affine \mathbb{R}^4

- OK pour l'**électromagnétisme**
- ne convient pas pour la **gravitation**



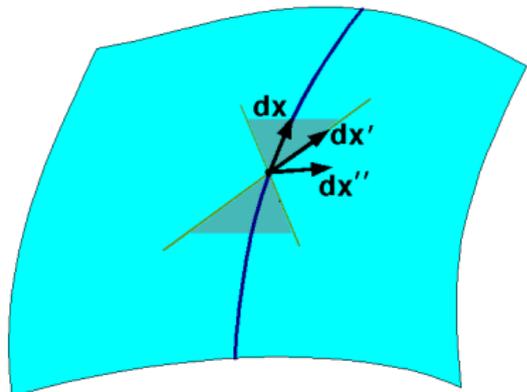
Espace-temps de la relativité générale :
description math. : espace courbe
 (variété) de dimension 4

- OK pour l'**électromagnétisme**
- OK pour la **gravitation**

Le tenseur métrique

Traduction algébrique de la structure absolue donnée par les cônes de lumière :

tenseur métrique g



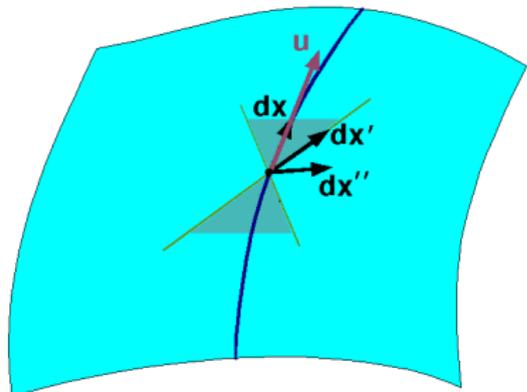
g = forme bilinéaire symétrique de signature $(-, +, +, +)$ telle que :

- temps propre $d\tau$ pour un déplacement $d\vec{x}$:
 $c^2 d\tau^2 = -g(d\vec{x}, d\vec{x}) = -d\vec{x} \cdot d\vec{x}$
- le long du cône de lumière : $g(d\vec{x}', d\vec{x}') = 0$
- distance propre pour un déplacement $d\vec{x}''$:
 $dl^2 = g(d\vec{x}'', d\vec{x}'')$

Le tenseur métrique

Traduction algébrique de la structure absolue donnée par les cônes de lumière :

tenseur métrique g



g = forme bilinéaire symétrique de signature $(-, +, +, +)$ telle que :

- temps propre $d\tau$ pour un déplacement $d\vec{x}$:
 $c^2 d\tau^2 = -g(d\vec{x}, d\vec{x}) = -d\vec{x} \cdot d\vec{x}$
- le long du cône de lumière : $g(d\vec{x}', d\vec{x}') = 0$
- distance propre pour un déplacement $d\vec{x}''$:
 $dl^2 = g(d\vec{x}'', d\vec{x}'')$

Quadrivitesse le long d'une ligne d'univers : $\vec{u} = \frac{d\vec{x}}{d\tau}$

NB : $g(\vec{u}, \vec{u}) = -c^2$

Dynamique de l'espace-temps

- **Relativité restreinte** : le tenseur métrique g est une forme bilinéaire sur l'espace vectoriel $\sim \mathbb{R}^4$ associé à l'espace affine constituant l'espace-temps
- **Relativité générale** : le tenseur métrique g est un **champ** de formes bilinéaires : $g = g(p)$

Équation d'Einstein :
$$R - \frac{1}{2}Rg = \frac{8\pi G}{c^4} T$$

- R = tenseur de Ricci = forme bilinéaire symétrique = trace du *tenseur de courbure* (tenseur de Riemann) : " $R \sim g \partial^2 g + g \partial g \partial g$ "
- $R = \text{Trace}(R)$
- T = *tenseur énergie-impulsion* de la matière = forme bilinéaire symétrique telle que
 - $E = T(\vec{u}, \vec{u})$ est la densité d'énergie de la matière mesurée par un observateur \mathcal{O} de quadrivitesse \vec{u}
 - $p_i = -T(\vec{u}, \vec{e}_i)$ composante i de la densité de quantité de mouvement de la matière mesurée par \mathcal{O} dans la direction \vec{e}_i
 - $S_{ij} = T(\vec{e}_i, \vec{e}_j)$ composante i de la force exercée par la matière sur l'unité de surface normale à \vec{e}_j

Dynamique de l'espace-temps

- **Relativité restreinte** : le tenseur métrique g est une forme bilinéaire sur l'espace vectoriel $\sim \mathbb{R}^4$ associé à l'espace affine constituant l'espace-temps
- **Relativité générale** : le tenseur métrique g est un **champ** de formes bilinéaires : $g = g(p)$

$$\text{Équation d'Einstein : } \mathbf{R} - \frac{1}{2}Rg = \frac{8\pi G}{c^4} \mathbf{T}$$

- \mathbf{R} = tenseur de Ricci = forme bilinéaire symétrique = trace du *tenseur de courbure* (tenseur de Riemann) : " $\mathbf{R} \sim g \partial^2 g + g \partial g \partial g$ "
- $R = \text{Trace}(\mathbf{R})$
- \mathbf{T} = *tenseur énergie-impulsion* de la matière = forme bilinéaire symétrique telle que
 - $E = \mathbf{T}(\vec{u}, \vec{u})$ est la densité d'énergie de la matière mesurée par un observateur \mathcal{O} de quadrivitesse \vec{u}
 - $p_i = -\mathbf{T}(\vec{u}, \vec{e}_i)$ composante i de la densité de quantité de mouvement de la matière mesurée par \mathcal{O} dans la direction \vec{e}_i
 - $S_{ij} = \mathbf{T}(\vec{e}_i, \vec{e}_j)$ composante i de la force exercée par la matière sur l'unité de surface normale à \vec{e}_j

Dynamique de l'espace-temps

- **Relativité restreinte** : le tenseur métrique g est une forme bilinéaire sur l'espace vectoriel $\sim \mathbb{R}^4$ associé à l'espace affine constituant l'espace-temps
- **Relativité générale** : le tenseur métrique g est un **champ** de formes bilinéaires : $g = g(p)$

$$\text{Équation d'Einstein : } \mathbf{R} - \frac{1}{2}Rg = \frac{8\pi G}{c^4} \mathbf{T}$$

- \mathbf{R} = tenseur de Ricci = forme bilinéaire symétrique = trace du *tenseur de courbure* (tenseur de Riemann) : " $\mathbf{R} \sim g \partial^2 g + g \partial g \partial g$ "
- $R = \text{Trace}(\mathbf{R})$
- \mathbf{T} = *tenseur énergie-impulsion* de la matière = forme bilinéaire symétrique telle que
 - $E = \mathbf{T}(\vec{u}, \vec{u})$ est la densité d'énergie de la matière mesurée par un observateur \mathcal{O} de quadrivitesse \vec{u}
 - $p_i = -\mathbf{T}(\vec{u}, \vec{e}_i)$ composante i de la densité de quantité de mouvement de la matière mesurée par \mathcal{O} dans la direction \vec{e}_i
 - $S_{ij} = \mathbf{T}(\vec{e}_i, \vec{e}_j)$ composante i de la force exercée par la matière sur l'unité de surface normale à \vec{e}_j

Gravitation newtonienne et gravitation relativiste

Gravitation newtonienne :

équation fondamentale : **équation de Poisson** pour le potentiel gravitationnel Φ :

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho$$

- équation scalaire
- équation linéaire
- équation elliptique
(\Rightarrow propagation instantanée)
- seule source : la densité de masse ρ

Gravitation relativiste :

équation fondamentale : **équation d'Einstein** pour le tenseur métrique g :

$$R(g) - \frac{1}{2}R(g)g = \frac{8\pi G}{c^4}T$$

- équation tensorielle (10 équations scalaires)
- équation non-linéaire
- propagation à vitesse finie (c)
- source : énergie-impulsion de la matière et du champ électromagnétique

Remarque : en champ gravitationnel faible, une des 10 composantes de l'équation d'Einstein se réduit à l'équation de Poisson (et les 9 autres se réduisent à $0=0$)

Gravitation newtonienne et gravitation relativiste

Gravitation newtonienne :

équation fondamentale : **équation de Poisson** pour le potentiel gravitationnel Φ :

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho$$

- équation scalaire
- équation linéaire
- équation elliptique
(\Rightarrow propagation instantanée)
- seule source : la densité de masse ρ

Gravitation relativiste :

équation fondamentale : **équation d'Einstein** pour le tenseur métrique g :

$$R(g) - \frac{1}{2}R(g)g = \frac{8\pi G}{c^4}T$$

- équation tensorielle (10 équations scalaires)
- équation non-linéaire
- propagation à vitesse finie (c)
- source : énergie-impulsion de la matière et du champ électromagnétique

Remarque : en champ gravitationnel faible, une des 10 composantes de l'équation d'Einstein se réduit à l'équation de Poisson (et les 9 autres se réduisent à 0 = 0)

Gravitation newtonienne et gravitation relativiste

Gravitation newtonienne :

équation fondamentale : **équation de Poisson** pour le potentiel gravitationnel Φ :

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho$$

- équation scalaire
- équation linéaire
- équation elliptique
(\Rightarrow propagation instantanée)
- seule source : la densité de masse ρ

Gravitation relativiste :

équation fondamentale : **équation d'Einstein** pour le tenseur métrique g :

$$R(g) - \frac{1}{2}R(g)g = \frac{8\pi G}{c^4}T$$

- équation tensorielle (10 équations scalaires)
- équation non-linéaire
- propagation à vitesse finie (c)
- source : énergie-impulsion de la matière et du champ électromagnétique

Remarque : en champ gravitationnel faible, une des 10 composantes de l'équation d'Einstein se réduit à l'équation de Poisson (et les 9 autres se réduisent à 0 = 0).

Qu'est-ce qu'un champ gravitationnel fort ?

Facteur de relativité ou **paramètre de compacité** d'un corps autogravitant de masse M et de rayon moyen R :

$$\Xi = \frac{GM}{c^2 R} \sim \frac{|E_{\text{grav}}|}{Mc^2} \sim \frac{|\Phi_{\text{surf}}|}{c^2} \sim \frac{v_{\text{lib}}^2}{c^2}$$

- E_{grav} : énergie potentielle gravitationnelle¹
- Φ_{surf} : potentiel gravitationnel à la surface de l'objet
- v_{lib} : vitesse de libération depuis la surface de l'objet²

| Objet | Terre | Soleil | naine blanche | étoile à neutrons | trou noir |
|-------|------------|-----------|---------------|-------------------|-----------|
| Ξ | 10^{-10} | 10^{-6} | 10^{-3} | 0,2 | 1 |

Si $\Xi \gtrsim 0,1$, il faut employer la relativité générale pour décrire l'objet.
(**objet compact**)

¹pour une boule homogène : $E_{\text{grav}} = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$

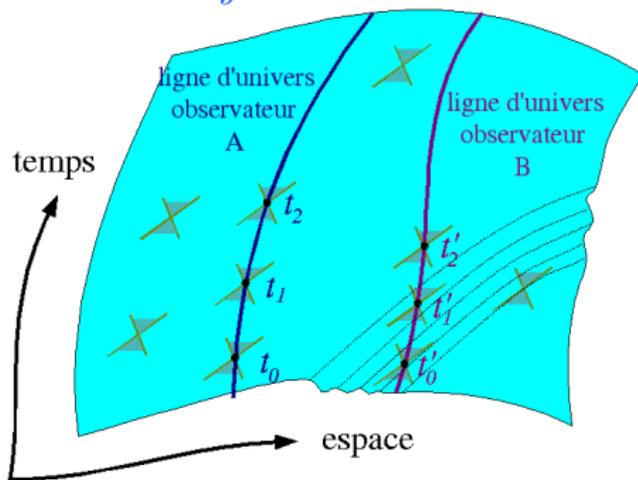
²pour un corps à symétrie sphérique : $v_{\text{lib}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

Les ondes gravitationnelles

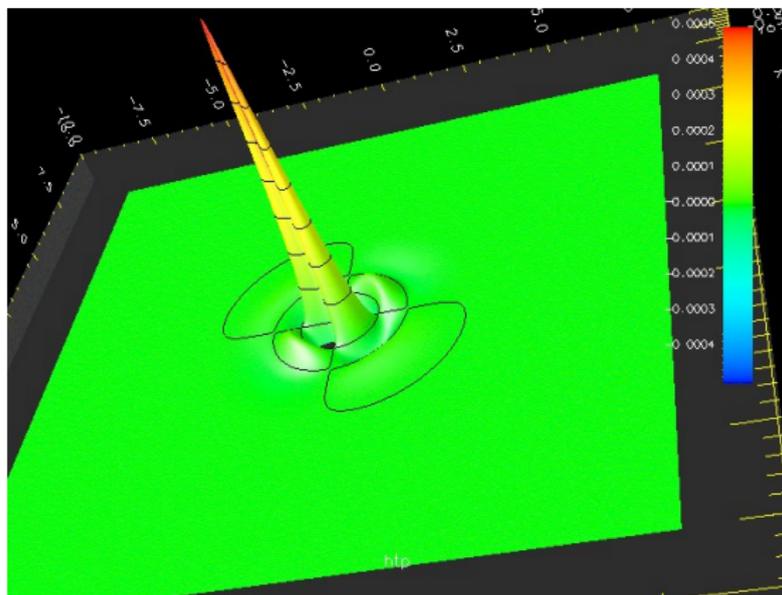
Linéarisation de l'équation d'Einstein en champ faible : $g = \eta + h$, η = métrique de Minkowski³

⇒ équation d'onde : $\square \bar{h} = -\frac{16\pi G}{c^4} T$ (en jauge de Lorentz)

avec $\square = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, $\bar{h} = h - \frac{1}{2} h \eta$ et $h = \text{Trace}(h)$.



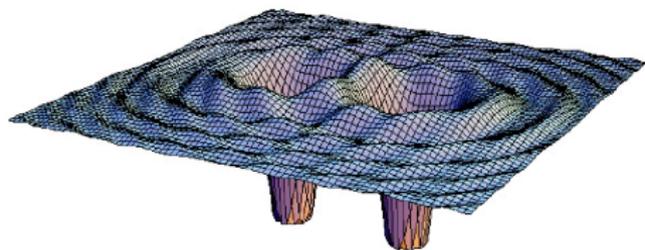
Intégration numérique de l'équation d'Einstein



Code numérique construit sur la bibliothèque C++
Langage Objet pour la Relativité Numérique (LORENE)
(<http://www.lorene.obspm.fr>)

[Bonazzola, Gourgoulhon, Grandclément & Novak, Phys. Rev. D **70**, 104007 (2004)]

Les ondes gravitationnelles



Section spatiale à deux dimensions d'un espace-temps engendré par un système binaire de trous noirs

ondes gravitationnelles = perturbations dans la courbure de l'espace-temps

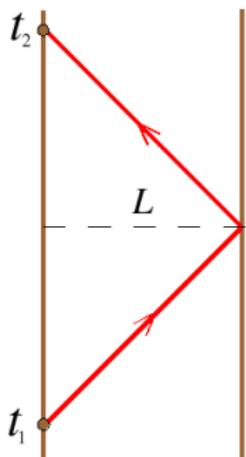
- traduisent la **dynamique** de l'espace-temps
- engendrées par l'accélération de la matière
- loin des sources, se propagent à la vitesse de la lumière
- NB : les **ondes électromagnétiques** (ondes radio, IR, optique, UV, X et gamma) sont des perturbations du champ électromagnétique qui se propagent *dans* l'espace-temps, alors que les **ondes gravitationnelles** sont des ondes de l'espace-temps *lui-même*

Effets du passage d'une onde gravitationnelle



Mesure la distance L entre deux masses libres par la méthode "radar" :

$$L = \frac{1}{2} c(t_2 - t_1)$$



Variation de la longueur L au passage d'une onde gravitationnelle :

$$\delta L \simeq h L$$

h = amplitude de l'onde gravitationnelle

En pratique h est si petit que nos sens n'y sont pas sensibles :
pour les principales **sources astrophysiques** : $h \sim 10^{-21}$!!!

Génération d'ondes gravitationnelles en laboratoire

Au XIX^{ème} siècle, Hertz a démontré l'existence des ondes électromagnétiques en les produisant dans son laboratoire.

Peut-on faire la même chose pour les ondes gravitationnelles ?

- ondes électromagnétiques : produites par l'accélération des *charges électriques*
- ondes gravitationnelles : produites par l'accélération des *masses*

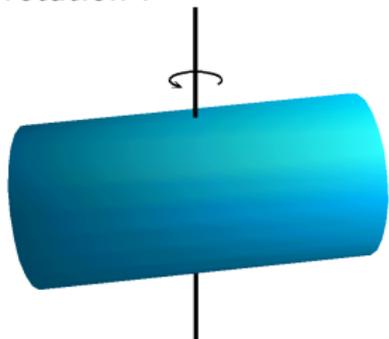
Génération d'ondes gravitationnelles en laboratoire

Au XIX^{ème} siècle, Hertz a démontré l'existence des ondes électromagnétiques en les produisant dans son laboratoire.

Peut-on faire la même chose pour les ondes gravitationnelles ?

- ondes électromagnétiques : produites par l'accélération des *charges électriques*
- ondes gravitationnelles : produites par l'accélération des *masses*

Un moyen simple d'accélérer une masse de manière constante : la mettre *en rotation* :



Cylindre d'acier : diamètre = 1 m, longueur = 20 m, masse = 490 t, tournant à 28 rad/s (limite de rupture)

⇒ énergie émise sous forme d'ondes gravitationnelles par unité de temps :

$$2 \times 10^{-29} \text{ W !}$$

⇒ **Aucun espoir de détection !**

Génération d'ondes gravitationnelles par des sources astrophysiques

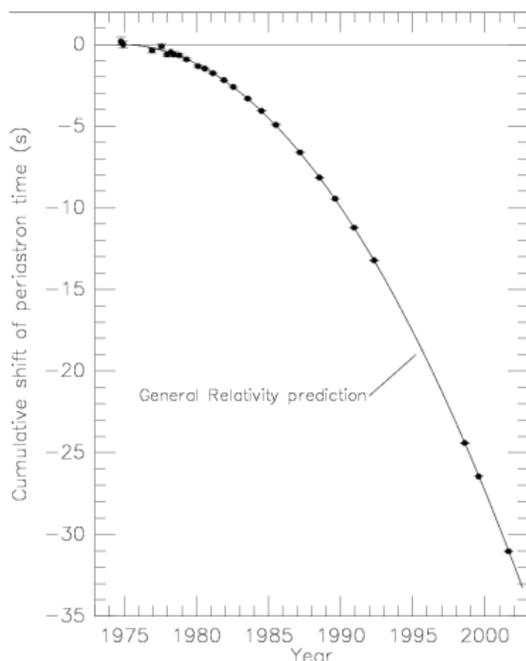
Énergie émise sous forme d'ondes gravitationnelles par unité de temps :

$$\mathcal{L} \sim \frac{c^5}{G} s^2 \left(\frac{v}{c}\right)^6 \equiv^2 \quad \text{luminosité gravitationnelle}$$

- G : constante de Newton \rightarrow *gravitation*
- c : vitesse de la lumière \rightarrow *relativité*
- s : facteur d'asymétrie : $s = 0$ si symétrie sphérique
- v : vitesse caractéristique des mouvements dans la source
- \equiv : *paramètre de compacité* rappel ou *paramètre de relativité*

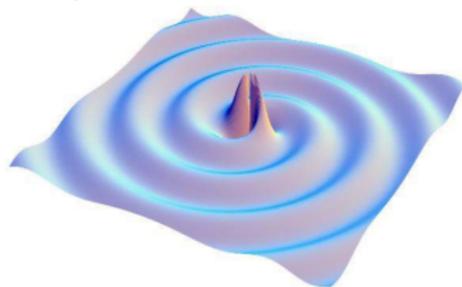
Seuls les objets compacts sont de bons émetteurs d'ondes gravitationnelles

Les ondes gravitationnelles existent !



[Weisber & Taylor (2002)]

Émission d'ondes gravitationnelles par le système binaire d'étoiles à neutrons PSR B1913+16 (*pulsar binaire*)



← Décroissance observée de la période orbitale $P = 7 \text{ h } 45 \text{ min}$ du pulsar binaire PSR B1913+16 sous l'effet de la *réaction au rayonnement gravitationnel*
 \implies coalescence dans 140 millions d'années.

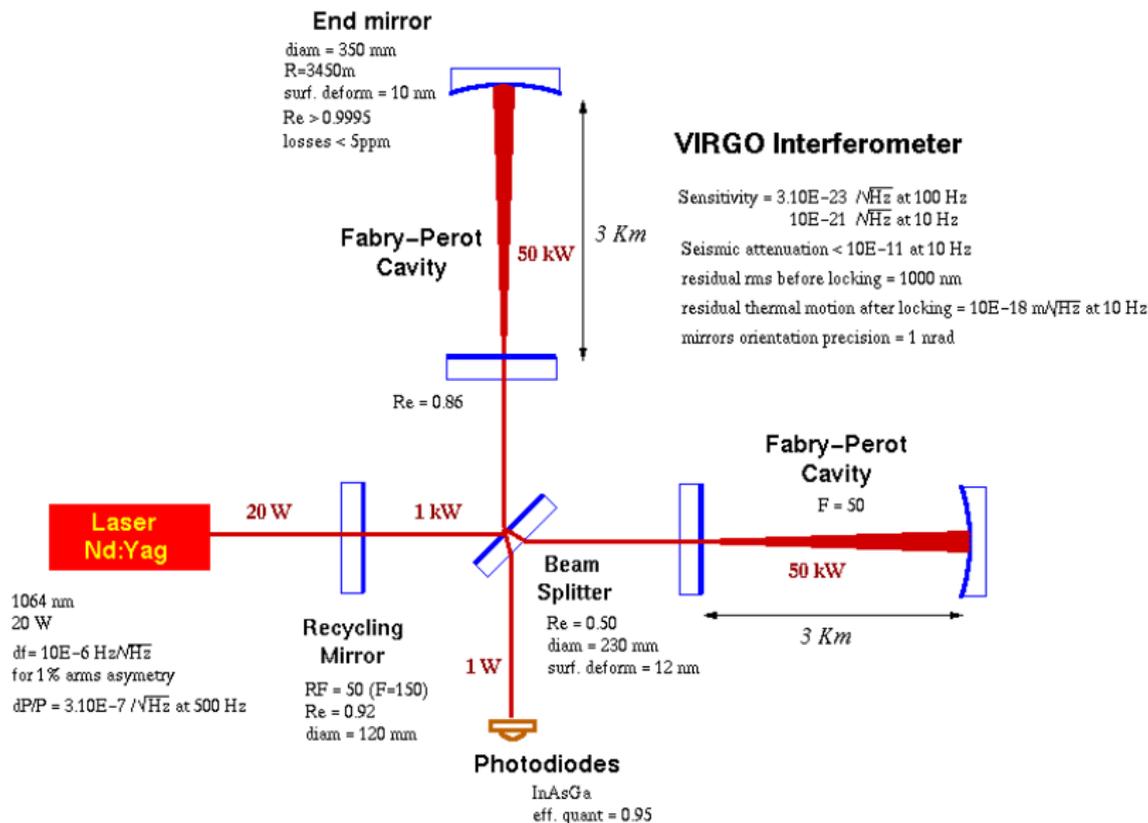
Prix Nobel de Physique 1993
à R. Hulse & J. Taylor

Détection sur Terre des ondes gravitationnelles



Détecteur interférométrique **VIRGO** sur le site de Cascina, près de Pise [CNRS/INFN]

Schéma optique de l'interféromètre VIRGO



Super-atténuateurs



Système de suspension des miroirs : chaîne de 7 pendules (isolation sismique horizontale) dont chaque élément est constitué de lames triangulaires oscillantes (isolation sismique verticale)

[CNRS/INFN]

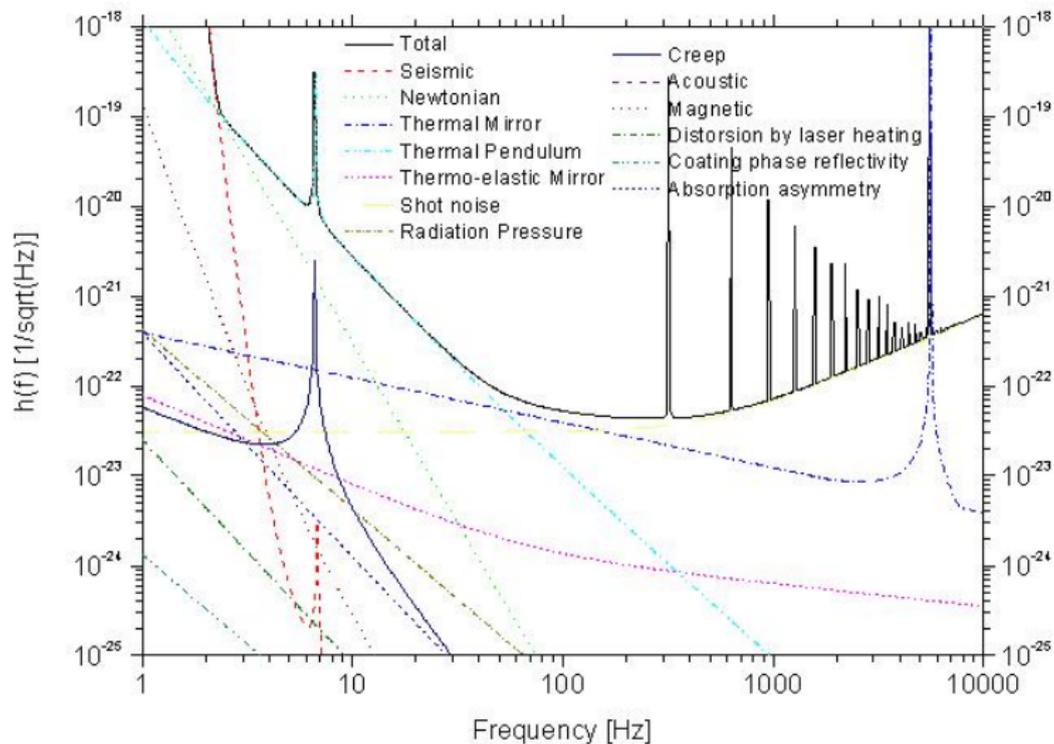
Principe de fonctionnement

L'interféromètre est calé sur la frange noire ; le passage d'une onde gravitationnelle — représentée par ses deux modes de polarisation $(h_+(t), h_\times(t))$ — induit une variation de longueur des bras

$$\frac{\delta L}{L} =: h(t) = F_+(\theta, \phi, \psi) h_+(t) + F_\times(\theta, \phi, \psi) h_\times(t). \quad (1)$$

Ce δL provoque un “défilement” des franges d'interférences et donc un signal lumineux dans la photodiode qui observe la frange noire. Dans l'équation (1), F_+ et F_\times sont les fonctions de réponse du détecteur ; elles dépendent de la direction (θ, ϕ) d'arrivée de l'onde par rapport aux bras du détecteur et de l'angle de polarisation ψ de l'onde par rapport à l'orientation du détecteur.

Courbe de sensibilité de VIRGO



Collaboration VIRGO

VIRGO = projet commun au **CNRS** et à l'**INFN** (Institut de Physique Nucléaire italien)

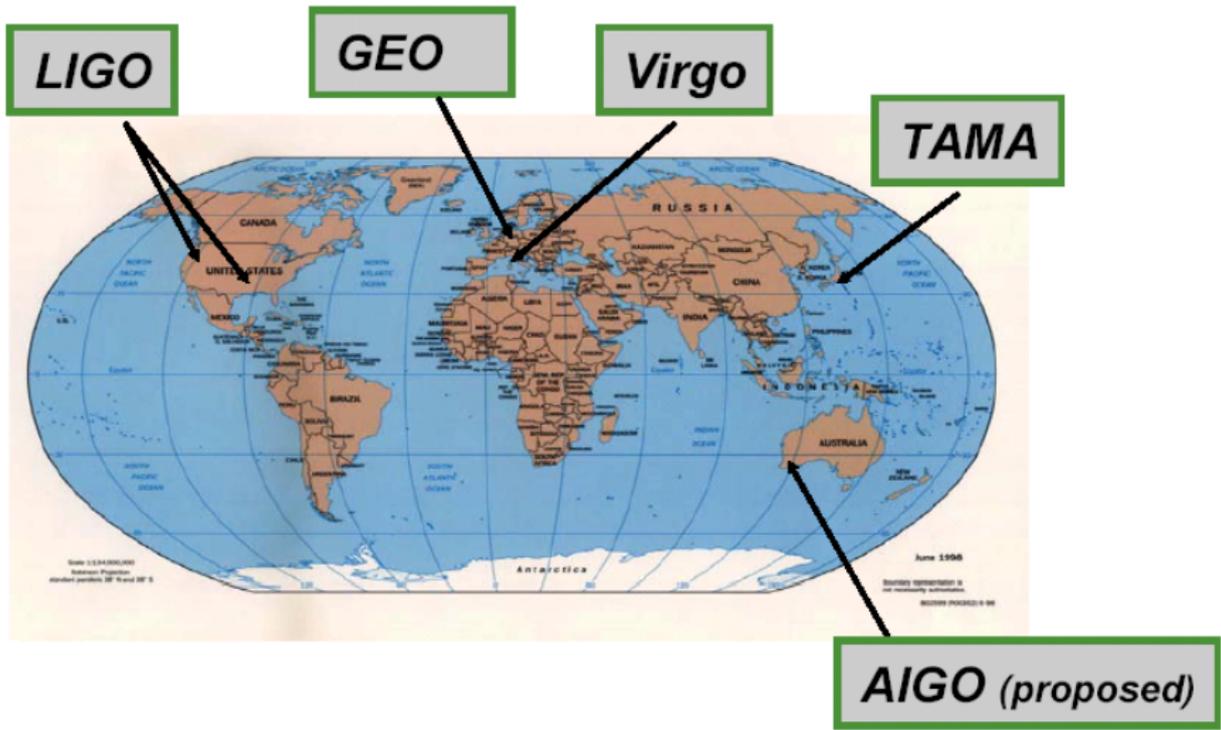
- Construction : 1996 - 2003
- Premières franges d'interférences : mars 2004
- Sensibilité nominale prévue pour fin 2006

La collaboration **VIRGO** comprend plus de 150 chercheurs, répartis dans 6 laboratoires de l'INFN et 5 laboratoires français :

- Observatoire de la Côte d'Azur (Nice), Département Fresnel, équipe *Interférométrie Laser pour la Gravitation et l'Astrophysique (ILGA)*
- Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire (Orsay)
- Laboratoire d'Annecy-le-Vieux de physique des particules
- Institut de Physique Nucléaire de Lyon, service *Matériaux Avancés - VIRGO*
- École Supérieure de Physique et de Chimie Industrielles (Paris), Laboratoire d'Optique Physique

Le coût total (hors salaires) de VIRGO est de 80 millions d'euros.

Autres détecteurs interférométriques



Interféromètres LIGO

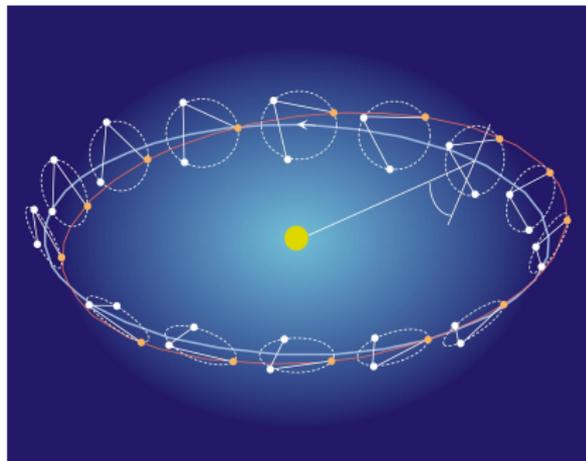
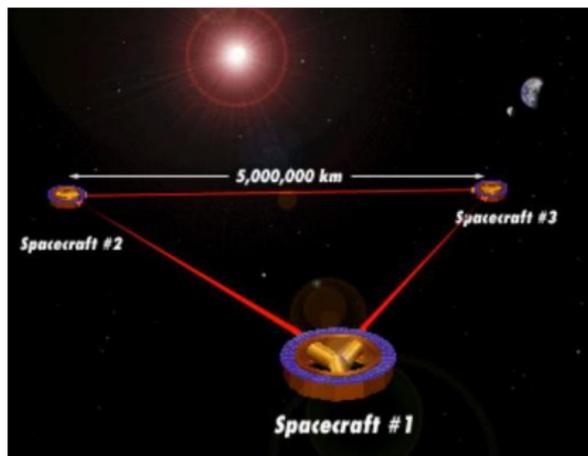
Hanford (H1=4km, H2=2km)



Livingston (L1=4km)



Projet spatial LISA (ESA/NASA)

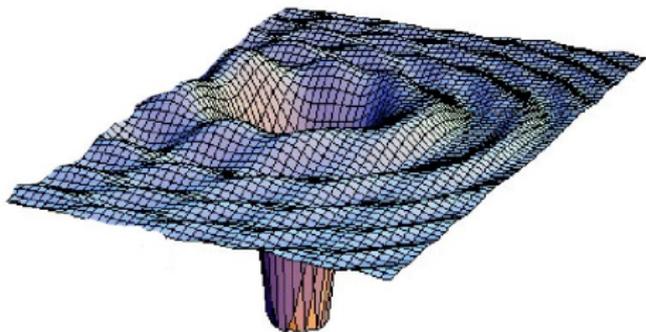


Bande de fréquences : 0,1 mHz \rightarrow 0,1 Hz

Mission LISA Pathfinder : 2007

Lancement LISA \sim 2011

Trous noirs et ondes gravitationnelles



Lien intime entre les trous noirs et les ondes gravitationnelles :

Les trous noirs et les ondes gravitationnelles sont tous deux des **distorsions de l'espace-temps** :

- distorsions extrêmes (trous noirs)
- distorsions minimales (ondes gravitationnelles)

En particulier, trous noirs et ondes gravitationnelles sont tous deux des **solutions du vide** des équations de la Relativité Générale (équations d'Einstein)

Concept de trou noir

Un **trou noir** est une région de l'espace-temps *causalement déconnectée* du reste de l'univers, dans le sens où aucune géodésique de genre lumière (les trajectoires des photons) n'en sort. La frontière (immatérielle) qui sépare le trou noir du reste de l'univers s'appelle l'**horizon des événements**.

C'est le champ gravitationnel, particulièrement intense, qui est responsable de ce comportement. Les trous noirs sont donc les plus compacts des objets compacts et on ne peut les décrire correctement qu'en utilisant la relativité générale.

← rappel



← Image d'un trou noir entouré d'un disque de matière (disque d'accrétion), calculée à l'aide d'un ordinateur

[Jean-Alain Marck]

Théorème d'unicité (B. Carter, S. Hawking, W. Israel) : Un trou noir en *équilibre* est entièrement décrit par seulement deux paramètres : sa **masse M** et son **moment cinétique J** \implies "un trou noir n'a pas de cheveux"

Un trou noir hors d'équilibre "perd ses cheveux" par émission d'ondes gravitationnelles

Concept de trou noir

Un **trou noir** est une région de l'espace-temps *causalement déconnectée* du reste de l'univers, dans le sens où aucune géodésique de genre lumière (les trajectoires des photons) n'en sort. La frontière (immatérielle) qui sépare le trou noir du reste de l'univers s'appelle l'**horizon des événements**.

C'est le champ gravitationnel, particulièrement intense, qui est responsable de ce comportement. Les trous noirs sont donc les plus compacts des objets compacts et on ne peut les décrire correctement qu'en utilisant la relativité générale. rappel



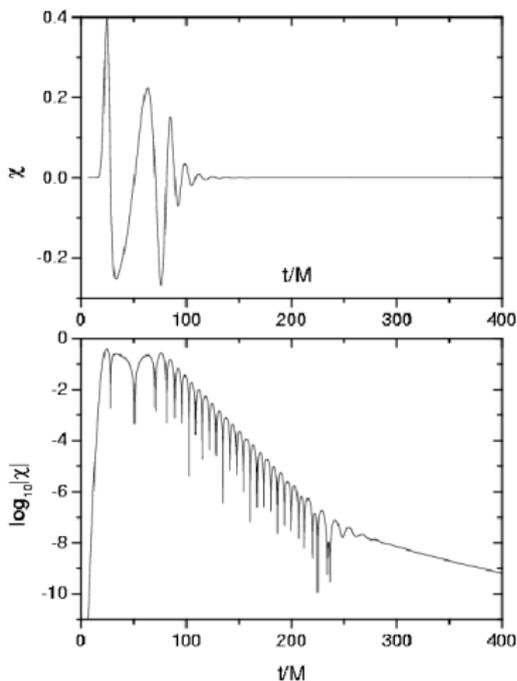
← Image d'un trou noir entouré d'un disque de matière (disque d'accrétion), calculée à l'aide d'un ordinateur

[Jean-Alain Marck]

Théorème d'unicité (B. Carter, S. Hawking, W. Israel) : Un trou noir *en équilibre* est entièrement décrit par seulement deux paramètres : sa **masse M** et son **moment cinétique J** \implies “un trou noir n'a pas de cheveux”

Un trou noir hors d'équilibre “perd ses cheveux” par émission d'ondes gravitationnelles

Oscillations des trous noirs



[Kokkotas & Schmidt, Liv. Rev. Relat. 2, 2 (1999)]

Trous noirs hors d'équilibre :

- trou noir nouvellement formé : *cœur de supernova, coalescence d'un système binaire d'objets compacts*
- trou noir excité par la *chute de matière* (étoile ou accréation de plasma (*microquasars*))

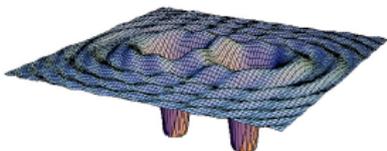
Désexcitation par émission d'ondes gravitationnelles sous forme de **modes quasi-normaux**.

La détection de ces ondes gravitationnelles permet la mesure directe de la masse M et du moment cinétique J du trou noir.

$$M = 10 M_{\odot} \Rightarrow \begin{cases} f = 1.2 \text{ kHz} & (\text{VIRGO}) \\ \tau = 0.55 \text{ ms} \end{cases}$$

$$M = 10^6 M_{\odot} \Rightarrow \begin{cases} f = 12 \text{ mHz} & (\text{LISA}) \\ \tau = 55 \text{ s} \end{cases}$$

Coalescence d'un système binaire de trous noirs



Intérêt pour la détection : la source principale attendue pour VIRGO et LIGO

Intérêt théorique :

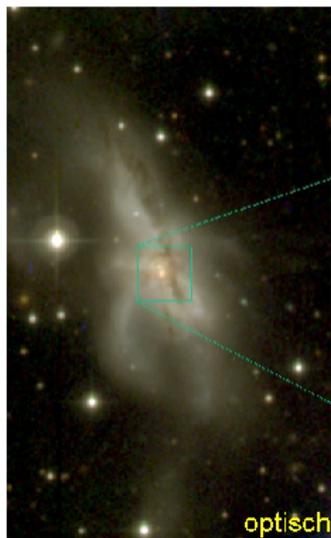
- trou noir binaire : le problème à deux corps par excellence de la Relativité Générale
- test de la Relativité Générale dans un régime dynamique et en champ fort

Intérêt astrophysique :

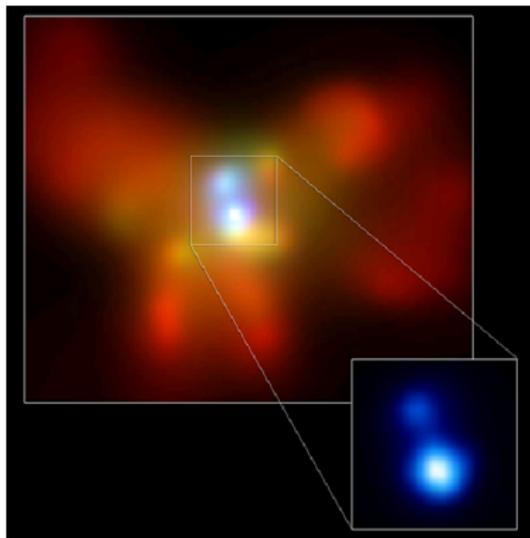
- taux de coalescences \implies évolution des étoiles massives
- signal gravitationnel de la phase spirale \implies mesure de la constante de Hubble H_0
- observations des trous noirs supermassifs à grand $z \implies$ formation des galaxies

Systèmes binaires de trous noirs dans l'Univers

Noyau double de la galaxie NGC 6240



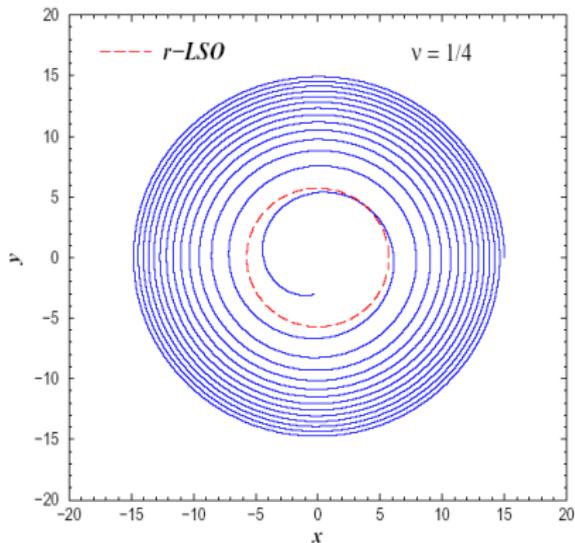
optique



X (satellite Chandra)

[Komossa et al., ApJ 582, L15 (2003)]

Évolution d'un système binaire de trous noirs



Orbite en spirale entrante

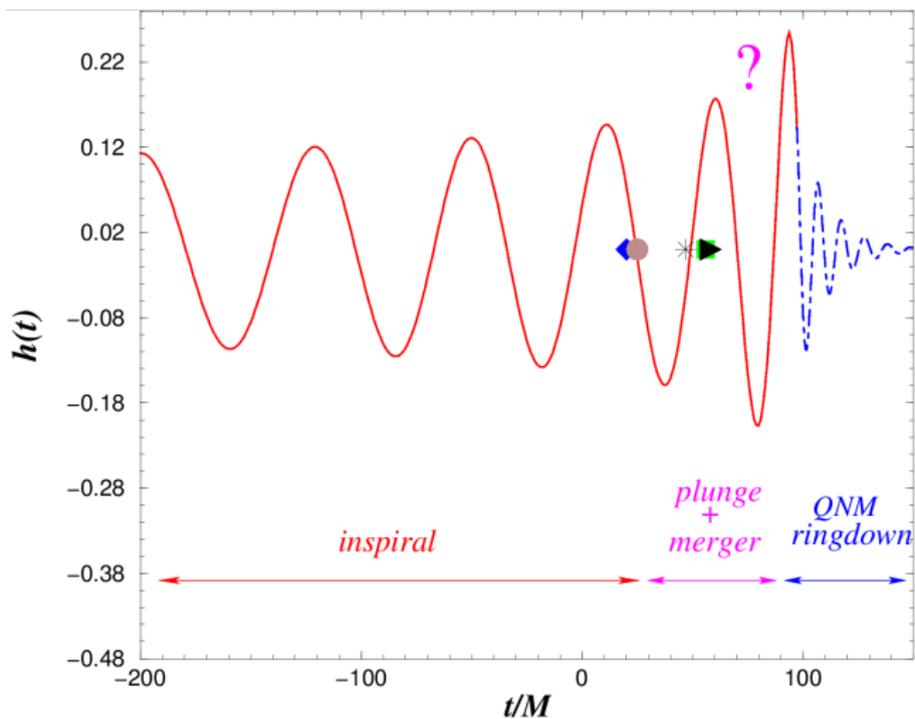
[Buonanno & Damour, Phys. Rev. D **62**, 064015
(2000)]

Contrairement au cas newtonien, il n'existe pas de solution stationnaire pour le problème à deux corps relativiste : la perte d'énergie et de moment cinétique par l'émission d'ondes gravitationnelles entraîne le **rétrécissement des orbites**

← rappel

Un autre effet de l'émission d'ondes gravitationnelles :
circularisation des orbites : $e \rightarrow 0$

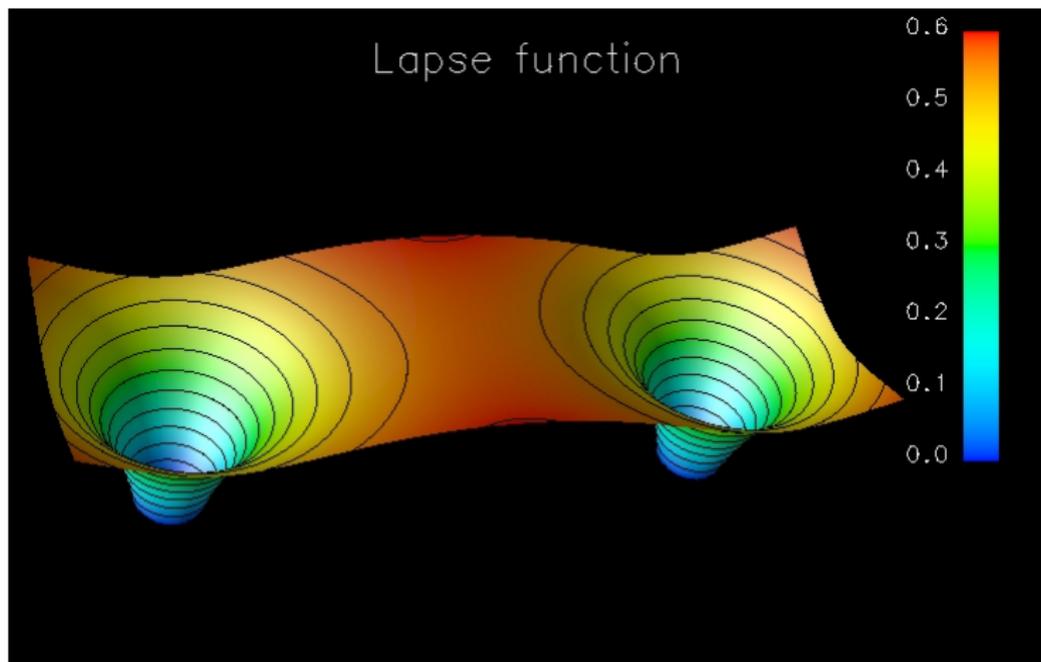
Ondes gravitationnelles émises



[adapté de Buonanno & Damour, Phys. Rev. D 62, 064015 (2000)]

Trou noir binaire à la dernière orbite stable

Résolution numérique des équations d'Einstein (*relativité numérique*)

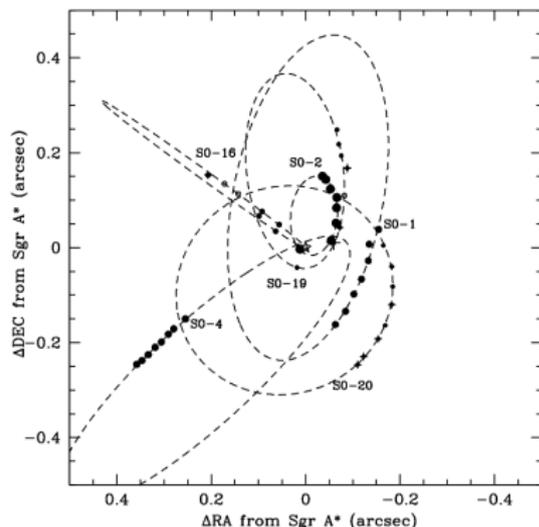


[Grandclément, Gourgoulhon, Bonazzola, Phys. Rev. D **65**, 044021 (2002)]

Taux de détection de coalescences de trous noirs binaires

- **Trous noirs stellaires** ($2 \times 10 M_{\odot}$) :
 - Première génération de détecteurs (LIGO, VIRGO) :
 - distance maximale de détectabilité : $d_{\max} \simeq 100 \text{ Mpc}$
 - taux de détection : $\sim 1 \text{ par an}$
 - Seconde génération :
 - distance maximale de détectabilité : $d_{\max} \simeq 1 \text{ Gpc}$
 - taux de détection : $\sim 1 \text{ par jour}$
- **Trous noirs supermassifs** ($2 \times 10^6 M_{\odot}$) :
 - LISA :
 - distance maximale de détectabilité : $d_{\max} > \text{rayon de Hubble}$
 - taux de détection : $\sim 1 \text{ à } 1000 \text{ par an}$

Capture d'une étoile par un trou noir supermassif



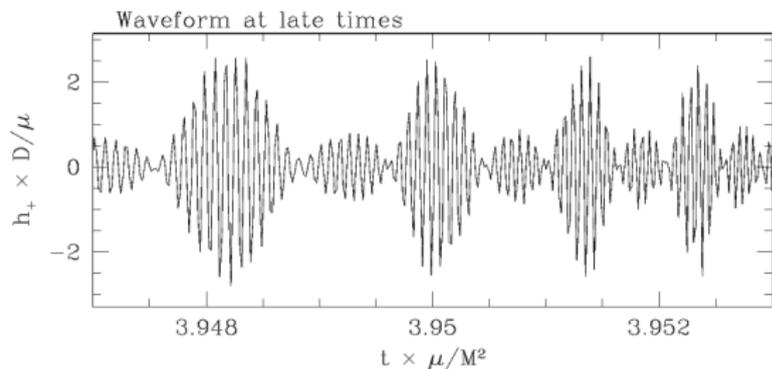
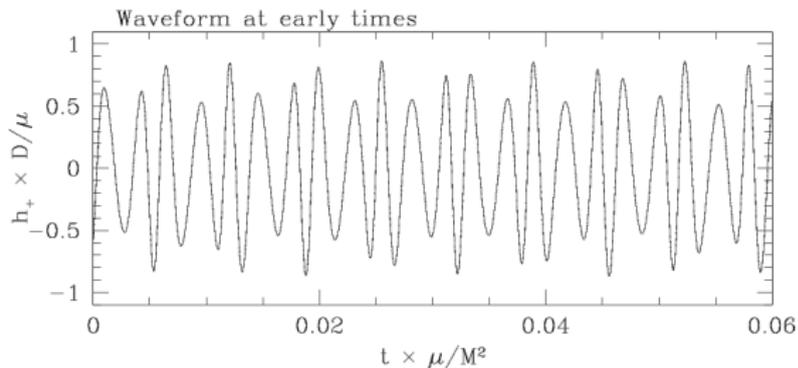
Orbites d'étoiles autour de Sgr A*,
au centre de notre galaxie [Ghez (2004)]

Capture d'un **objet compact** de masse stellaire (étoile à neutrons ou trou noir) par un **trou noir supermassif** au cœur d'une galaxie.

L'orbite se rétrécit en réaction à l'émission d'ondes gravitationnelles, jusqu'à atteindre la **dernière orbite stable** \implies plongeon et absorption par le trou noir central.

Les ondes gravitationnelles émises sont dans la bande de fréquence de **LISA**.

Ondes gravitationnelles émises



Mode h_+ des ondes gravitationnelles émises lors de la spirale d'un objet compact autour d'un trou noir supermassif en rotation rapide ($J = 0.998 M^2$)

[Hughes, Phys. Rev. D **64**, 064004 (2001)]

Preuve définitive de l'existence des trous noirs

Chute en spirale d'un trou noir stellaire $m = 5 M_{\odot}$ dans un trou noir supermassif en rotation rapide $M = 10^6 M_{\odot}$:

- Temps écoulé entre le rayon orbital $r = 8M$ et la dernière orbite stable : ~ 1 an
- Nombre de cycles dans l'onde gravitationnelle : 10^5
- Bande de fréquences balayée par le signal gravitationnel : $3 \text{ mHz} \leq f \leq 30 \text{ mHz}$
- Distance maximale de détectabilité par **LISA** (rapport signal sur bruit > 10) : ~ 1 Gpc

Mesure d'un grand nombre de cycles \Rightarrow cartographie détaillée de l'espace-temps autour de l'objet central

Comparaison avec l'espace-temps d'un trou noir en rotation (Kerr) \Rightarrow preuve irréfutable de l'existence de trous noirs dans notre univers

Taux de détection attendu pour LISA : 1 à 10 par an jusqu'à 1 Gpc.

Preuve définitive de l'existence des trous noirs

Chute en spirale d'un trou noir stellaire $m = 5 M_{\odot}$ dans un trou noir supermassif en rotation rapide $M = 10^6 M_{\odot}$:

- Temps écoulé entre le rayon orbital $r = 8M$ et la dernière orbite stable : ~ 1 an
- Nombre de cycles dans l'onde gravitationnelle : 10^5
- Bande de fréquences balayée par le signal gravitationnel : $3 \text{ mHz} \leq f \leq 30 \text{ mHz}$
- Distance maximale de détectabilité par **LISA** (rapport signal sur bruit > 10) : ~ 1 Gpc

Mesure d'un grand nombre de cycles \Rightarrow cartographie détaillée de l'espace-temps autour de l'objet central

Comparaison avec l'espace-temps d'un trou noir en rotation (Kerr) \Rightarrow preuve irréfutable de l'existence de trous noirs dans notre univers

Taux de détection attendu pour LISA : 1 à 10 par an jusqu'à 1 Gpc.

Conclusions

- Les ondes gravitationnelles sont très différentes des ondes électromagnétiques (photons) ; ce sont des **ondes de la structure-même de l'espace-temps**, engendrées par les mouvements de masse-énergie.
- Elles sont émises essentiellement par les objets les plus relativistes de l'Univers (**objets compacts**) : trous noirs, étoiles à neutrons.
- Contrairement aux ondes électromagnétiques, **elles interagissent très peu avec la matière** :
 - *avantages* : elles peuvent nous parvenir de régions très denses, opaques aux photons et aux neutrinos, comme les **cœurs de supernovæ**, et voyagent dans le milieu interstellaire sans absorption ;
 - *inconvenient* : elles sont difficiles à détecter !
- On a acquis **la preuve de leur existence** dans l'Univers (**pulsar binaire**), mais on ne les a pas encore détectées sur Terre.
- Des détecteurs interférométriques (GEO600, LIGO, TAMA et VIRGO) sont actuellement en phase de test et calibration ; ils devraient conduire aux premières détections d'ici deux ou trois ans, ouvrant l'ère de **l'astronomie gravitationnelle**.

Annexe : A propos de ce document

Ce document a été réalisé entièrement à l'aide de logiciels libres :

- il a été écrit en [L^AT_EX](#), avec la classe [BEAMER](#)
- il a été compilé avec [pdflatex](#) sur le système d'exploitation [Linux](#)
- les diagrammes d'espace-temps ont été réalisés avec [OpenOffice.org](#)